

建設省土木研究所 石川 忠 晴
東京工業大学 吉川 秀 夫
群馬県 大島 明

1. はじめに

移動床水路では、水理条件によって河床波と呼ばれる種々の河床形態が生じる。河床波が形成されると流れの抵抗が変化する。この抵抗の変化と水理条件との関係を明らかにすることが河川工学上の主要な問題のひとつとなっている。本研究では、河床波のうち突河川でよく形成される砂連・砂堆の形状と水流の抵抗との関係を明らかにする目的で、二次元管路内の規則的三角波の形状抵抗を理論的に取り扱った。

2. 理論的考察

図1のように、深さ D の二次元管路内に敷設された波長 L 、波高 H 、下流面の角度が 45° の規則的三角形波を取り扱う。(流れは左から右) 平均水深を $d = D - H/2$ とする。

圧力分布に関する仮定: 三角形波の一浪当りの抗力係数は、同形の単一突起の抗力係数に比べて一般に小さい。これは前面の一部が上流側の突起の陰に隠れる為であると思われる。(以後この効果を遮蔽効果と呼ぶ。) この効果を図2のようにモデル化してとらえることにする。すなわち前面の γH の長さの領域での底面上圧力は上流側の突起の下流面の圧力に等しく、それ以降の領域では単一突起の場合の圧力分布に等しい、と仮定する。 γ の値は未定であるが、再付着点の位置が最下点から $5H$ 程度であることを考えると、 $\gamma=4$ とするのが妥当と思われる。

まず単一突起の上流面の圧力分布を求める。単一突起の上流面でベルヌーイの式が成立するとすれば、圧力分布は近似的に次のように表わされる。ここに ρ =流体密度、 $\bar{u}$ =断面平均流速である。また静圧は抗力に影響を及ぼさないので、これを差し引いて扱う。圧力係数を(2)式のように定義すれば、底面の形状を用いて(3)式のように表わされる。ただし、 U =接近流速。

次に遮蔽効果について考える。(図2参照) 上流側の遮蔽領域での圧力の流下方向の合力 F_1 は(4)式で表わされる。再付着点から頂点までの圧力の流下方向合力 F_2 は(5)式で、また下流面でのそれは(6)式で表わされる。 P_3 と P_4 の関係を(7)式のようにおく。ここに $\bar{u}_3$ は頂点での断面平均流速、 C_p は定数である。一浪長当りの力の釣り合いから(8)式が、再付着点と頂点で(1)式を用いることにより(9)式が得られる。一浪当りの抗力係数 $\bar{C}_D$ を(10)式で定義する。

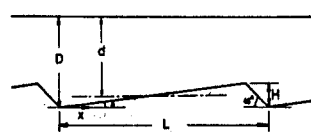
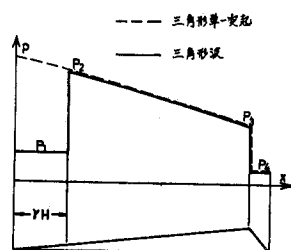


図 1



$$P = \text{const.} - \frac{\rho}{2} \bar{u}^2 \quad \text{図 2} \quad (1)$$

$$C_p = \text{const.} + P / \frac{\rho}{2} U^2 \quad (2)$$

$$C_p = \text{const.} - \left(\frac{\bar{u}}{U} \right)^2 = \text{const.} - \frac{1}{(1 - \theta x/D)^2} \quad (3)$$

$$F_1 = P_1 \gamma H \theta \quad (4)$$

$$F_2 = P_3(D - \gamma H \theta) - P_4(D - H) + \frac{\rho U^2 D^2}{D - \gamma H \theta} - \frac{\rho U^2 D^2}{D - H} \quad (5)$$

$$F_3 = -P_4 H \quad (6)$$

$$P_3 - P_4 = \frac{\rho}{2} C_p \bar{u}_3^2 = \frac{\rho}{2} C_p U^2 \frac{D^2}{(D - H)^2} \quad (7)$$

$$(P_1 - P_4) D = F_1 + F_2 + F_3 \quad (8)$$

$$P_2 - P_3 = \frac{\rho}{2} U^2 \left\{ \frac{D^2}{(D - H)^2} - \frac{D^2}{(D - \gamma H \theta)^2} \right\} \quad (9)$$

$$F = F_1 + F_2 + F_3 = \frac{\rho}{2} \bar{C}_D U^2 H \quad (10)$$

(10) 式に(4)-(6)式を代入し、(7)-(9)式の関係を用いると最終的に(11)式を得る。ここに $\gamma = H/D$ である。単一突起の場合には $\gamma \rightarrow 0$ として(12)式を得る。平均水深を d 、平均流速を V とすると(13)式の関係があるので、平均流速についての抗力係数を(14)式のように定義すれば、 C_D と $\tilde{C}_D$ は(15)式で関係付けられる。これより三角形波の一浪当りの抗力係数として(16)式を得る。ここに $\gamma = H/d$ である。

$$\tilde{C}_D = \frac{1-r_0}{(1-\frac{1}{3})^2(1-r_0\frac{1}{3})} \left\{ \frac{1-r_0}{1-r_0\frac{1}{3}} + C_p \right\} \quad (11)$$

$$\tilde{C}_D = \frac{1}{(1-\frac{1}{3})^2} (\frac{1}{3} + C_p) \quad (12)$$

$$D = d + H/2, \quad U = d \cdot V / d + H/2 \quad (13)$$

$$F = \frac{\rho}{2} C_D V^2 H \quad (14)$$

$$C_D = \tilde{C}_D (U/V)^2 = \tilde{C}_D \frac{d^2}{(d + H/2)^2} \quad (15)$$

$$C_D = \frac{4(1-r_0)(2+\gamma)}{(2-\gamma)^2(2+(1-2r_0)\gamma)} \left\{ \frac{\gamma(1-r_0)\gamma}{\gamma+(1-2r_0)\gamma} + C_p \right\} \quad (16)$$

3. 実験結果との比較

三角形単一突起：25cm×25cmの吹き出し口を有するエッフル型風洞内に $L/H = 9, 16, 31$ の三角形突起を入れ通風し、表面の圧力分布をピトー管の静圧管を用いて計測した。測定された圧力を積分して抗力を求めた。図3に圧力分布の一例を示す。実線は(3)式であるが、 $X=20$ で測定値と一致するように cm/s を定めてある。頂点付近で測定値が下がるのは、流れが角部を越えようとする為に局所的に流速が増大するからと思われる。また前端部付近で上昇するのは前端部がよどみ点となるからである。このような局所的な変化は(3)式では表わせないが、しかしほとんどの領域で良く一致していると言える。この図から(7)式の C_p を求めることができる。各Runから求まる C_p は多少バラつくが、その平均値はほぼ0.13であった。図4に抗力係数の測定値と(12)式を比較する。全領域にわたって良く一致していると言える。

三角形波： $L/H = 16, 31$ の二種の三角形波を用いた。中央の一浪上の圧力分布を単一突起の場合と同じ方法で測定し、これを積分して抗力を求めた。圧力分布の一例をほぼ同条件の単一突起の結果と共に図5に示す。遮蔽効果についての仮定がほぼ成立していることがわかる。図6に抗力係数の測定値と(16)式とを比較する。単一突起の場合と大きく異なるのは、波形勾配の影響が顕著に表われることである。すなわち波形勾配が小さいほど遮蔽される面積の率が減少するので、抗力係数は増大する。この図によると測定値と理論値とは良く一致し、(16)式によって三角形波の抗力係数をほぼ正しく算定できるものと思われる。

4. おわりに

二次元の規則的三角形波の形状抗力算定法について妥当な結果を得た。現実の砂連、砂堆は多分に三次元的で且つ不規則性を有しているのだから解決すべき問題も残っているが、この結果は移動床流の抗力則を論ずる上での基礎になるものと思われる。

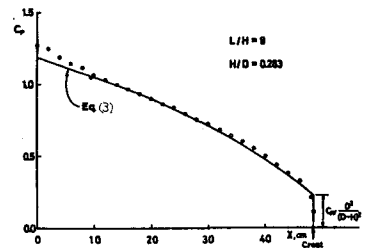


図 3

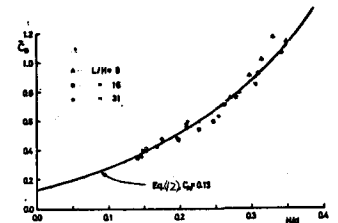


図 4

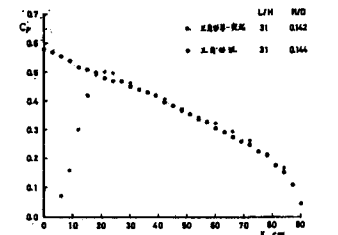


図 5

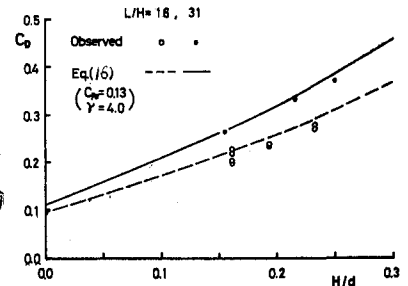


図 6