

広島大学工学部 正員 常松 芳昭
奥村組 正員 荒川 賢治

1. まえがき

前報¹⁾では、開水路網系を集中型系として取り扱い、これにグラフの概念を応用して、節点定義量に水路幅、水深およびエネルギー位を、また、枝定義量に流量、水路長および損失係数を選んだ場合の水理解析法を提示した。しかし、これは、システムの境界流量はすべてのノードに対して既知であり、また、唯一のシンク・ノードにおいて水位が既知である場合に限って、有効なものであった。そこで、本報では、より一般的な場合として、いくつかの節点において水位が与えられ、その他の節点に対してシステムの境界流量が与えられる場合を考え、これに対する解析法について述べることにする。なお、この場合、システムに対する流出入流量がすべての節点について既知でないため、有向原始ループ行列を利用した方法の展開は基本的に無理である。

2. システム・モデルの行列表示

いま、開水路網系は一般に $(n+1)$ 個の節点、 e 本の枝から成るネットワークで表現され、水深既知の節点は $(m+1)$ 個、これ以外の節点に対してシステムの境界流量は既知であるとしよう。したがって、水深の列ベクトル H とシステムに対する流出入流量(境界流量)の列ベクトル Q は次のように区分して取り扱われる必要がある。

$$H(n) = \begin{bmatrix} H_1^{(m)} \\ H_2^{(n-m)} \end{bmatrix} \quad \text{---- (1)} \quad Q(n) = \begin{bmatrix} Q_1^{(m)} \\ Q_2^{(n-m)} \end{bmatrix} \quad \text{---- (2)}$$

すなわち、添字1によって、水位は既知であるが境界流量は未知である節点に関わる成分を、また、添字2によって、水位は未知であるが境界流量は既知である節点に関わる成分を表わすことにする。

さて、以上の取扱いのもとでは、開水路網不等流の基礎方程式系は次の式(3)、(4)および(5)により構成される。

$$A_2 \cdot Q = Q_2 \quad \text{---- (3)}$$

$$A_1^* (H_1 + Z_1) + A_2^* (H_2 + Z_2) - D + A_1 \frac{1}{2g} b_1^{-2} H_1^{-2} [|A_{q1}| |Q_1|] |A_{q1}| Q_1 + A_2 \frac{1}{2g} b_2^{-2} H_2^{-2} |A_{q2}| |Q_2| Q_2 = h \quad \text{---- (4)}$$

$$\frac{1}{4g} f_l |Q_1| Q_1 [|A_{R1}| (b_1^{-2} H_1^{-3} + 2 b_1^{-2} H_1^{-2}) + |A_{R2}| (b_2^{-2} H_2^{-3} + 2 b_2^{-2} H_2^{-2}) + |A_{b1}| b_1^{-2} H_1^{-2} + |A_{b2}| b_2^{-2} H_2^{-2} + C] = h \quad \text{--- (5)}$$

ここに、 A : n 行 e 列の有向接続行列、 Z : 水路床高さの列ベクトル、 b : 水路幅を示す対角行列、 Q , h , D および C : それぞれ流量、損失水頭および $(n+1)$ 番目のシンク・ノードを省略することに基づく付加的な二つの列ベクトル、 f , l および q : それぞれ損失係数、水路長(水路急変部に対応する枝の成分は1)および流量を示す対角行列、 $|A_q|$: 各節点の速度水頭を計算するための流量を与える絶対行列、 $|A_R|$, $|A_b|$: 各枝に固有の損失水頭式を付与するための行列、 $[]$: 列ベクトルの対角行列化したもの、 A^* : A の転置行列、である。

なお、水路急変部の形状損失として、前報において考慮した分流、曲がり、急拡・急縮によるもののほかに、本報ではさらに合流損失をも考慮に入れた取扱いをするが、その評価式としては、便宜上、当該枝の両端の節点における速度水頭の平均値に損失係数を掛けた式形を用いることにする。

3. 逐次近似計算式

いまの場合、 $(n+1)$ 番目の節点(シンク・ノード)に対する境界流量は未知であるが、水位は既知である。そこで、エネルギー方程式(4)において、 $(n+1)$ 番目の節点に連結な枝の成分に当該節点のエネルギー位をもつ列ベクトル D は当該節点の水位 D' と速度水頭 D'' との和、つまり、 $D = D' + D''$ で表現する必要がある。ただし、

$$D'' = \frac{1}{2g} b_{n+1}^{-2} H_{n+1}^{-2} [A_0^* [|A_0| |Q_1|]] |A_0| Q_1 \quad \text{---- (6)}$$

ここに、 A_0 : 有向接続行列の従属行である $(n+1)$ 番目の行の成分である。また、添字 $n+1$ は $(n+1)$ 番目の節点におけるものを表す。さて、枝における流量と節点における水深の仮定値を q_1 , H_2 、また、それぞれの補正量を Δq

、 ΔH_2 とし、式(4)、(5)をTaylor展開し、 Δq_1 と ΔH_2 に関して2次以上の微小項を無視すれば、補正水深および補正流量に関する式が得られる。ここに結果のみを示せば、次のようである。

$$\Delta H_2 = [A_2 Y^T X]^{-1} (Q_2 - A_2 q_1 + A_2 Y^T W) \quad \text{----- (7)}$$

$$\Delta q_1 = Y^{-1} (X \cdot \Delta H_2 - W) \quad \text{----- (8)}$$

ただし、 $X = A_2^* - \frac{1}{2g} A_2^* b_2^{-2} H_2^{-3} \{ [A_{q21} | q_1 | q_1] + \frac{1}{4g} f l | q_1 | q_1 \{ | A_{R21}^* | (3 b_2^{-2} H_2^{-4} + 4 b_2^{-3} H_2^{-3}) + 2 | A_{D21}^* | b_2^{-2} H_2^{-3} \} \}$ ----- (9)

$W = -A_2^* (H_1 + Z_1) - \frac{1}{2g} A_2^* b_1^{-2} H_1^{-3} \{ [A_{q11} | q_1 | q_1] | A_{q11} | q_1 + D^* + D^* - A_2^* (H_2 + Z_2) - \frac{1}{2g} A_2^* b_2^{-2} H_2^{-3} [A_{q11} | q_1 | q_1] + \frac{1}{4g} f l | q_1 | q_1 \{ | A_{R11}^* | (b_1^{-2} H_1^{-3} + 2 b_1^{-3} H_1^{-2}) + | A_{D11}^* | b_1^{-2} H_1^{-2} + | A_{R21}^* | (b_2^{-2} H_2^{-3} + 2 b_2^{-3} H_2^{-2}) + | A_{D21}^* | b_2^{-2} H_2^{-2} + C \} \}$ ----- (10)

$Y = \frac{1}{2g} A_2^* b_1^{-2} H_1^{-3} [A_{q11} | q_1 | q_1] | A_{q11} | + \frac{1}{2g} (b_{n+1} H_{n+1})^{-2} | A_0^* | [| A_0^* | q_1 | q_1] | A_0^* | - \frac{1}{2g} A_2^* b_2^{-2} H_2^{-3} [A_{q21} | q_1 | q_1] + \frac{1}{2g} f l | q_1 | q_1 \{ | A_{R11}^* | (b_1^{-2} H_1^{-3} + 2 b_1^{-3} H_1^{-2}) + | A_{D11}^* | b_1^{-2} H_1^{-2} + | A_{R21}^* | (b_2^{-2} H_2^{-3} + 2 b_2^{-3} H_2^{-2}) + | A_{D21}^* | b_2^{-2} H_2^{-2} + C \} \}$ ---- (11)

以上によって、仮定値に対する補正水深は式(7)より求められ、ついで、式(8)により補正流量が求められるのでこれらの式を用いて逐次近似計算を行うことができる。

4. 数値計算例

前述の逐次近似解法をモデル・ケースの解析に適用した一例を示すことにする。すなわち、表-1の諸元をもち、図-1のトポロジー・モデルで表現されるような開水路網系である。節点1および22において、水深はそれぞれ $H_1=5.833$ m、 $H_{22}=5.000$ m、また、それ以外の節点ごとのシステムに対する流出入流量はすべて0という境界条件のもとに、表-2の初期仮定流量と表-3の初期仮定水深を用いて計算を行った。表-3には、各計算ケースについて得られた繰返し近似回数もあわせて示されている。なお、表-2の初期仮定流量に対応する等流水深を初期仮定水深に用いた場合の繰返し近似回数は5回であった。これらのことより、極端な値の仮定水深を用いない限り、初期仮定水深によって繰返し近似回数にあまり差は生じないといえるようである。ところで、繰返し回数そのものは水深と流量の収束判定値によっても左右されるが、表-3の各ケースにおいて、水深は第2次近似でほとんど収束している結果が得られているのに対して、図-2に示すように、流量の収束状況は水深ほど良好ではない。したがって、本手法を用いるとき、繰返し回数は流量の収束性状によって規定されるようである。

5. あとがき

本手法には、すべての枝に対して流量を仮定する必要があるなどの欠点はあるが、逐次近似式は統一的に行列表示されており、系の連結様式のいかにかわらず適用できるなどの利点がある。

参考文献

- 1) 常松・荒川：行列表示による複雑な開水路網系の解析法(1)、土木学会第32回年次学術講演会講演概要集、第2部、1977。

表-3 仮定水深と繰返し回数

Case No.	1	2	3	4
H_2-H_{21} (m)	4.0	6.0	8.0	10.0
Iterations	6	5	6	7

表-1 水路諸元と損失係数

Edge	l (m)	f	Node	b (m)	z (m)
1	1	0.5	1	30	4
2	1	0.5	2	10	4
3	2000	0.1	3	20	4
4	1000	0.1	4	20	2
5	1	0.4	5	10	2
6	1000	0.1	6	30	3
7	1	0.5	7	20	3
8	1	0.5	8	20	3
9	1000	0.1	9	30	2
10	1	0.5	10	20	2
11	1	0.5	11	10	2
12	1	0.5	12	20	2
13	1	0.5	13	20	2
14	1	0.5	14	20	1
15	1000	0.1	15	10	1
16	1	0.5	16	20	1
17	1000	0.1	17	20	1
18	1	0.4	18	10	1
19	1000	0.1	19	20	1
20	1	0.5	20	10	0
21	1	0.5	21	20	0
22	1000	0.1	22	30	0
23	1000	0.1			
24	1000	0.1			

表-2 仮定流量

Edge	q (m³/s)
1	50
2	150
3	50
4	150
5	50
6	50
7	50
8	100
9	100
10	50
11	50
12	50
13	50
14	50
15	50
16	100
17	100
18	50
19	50
20	50
21	100
22	50
23	50
24	100

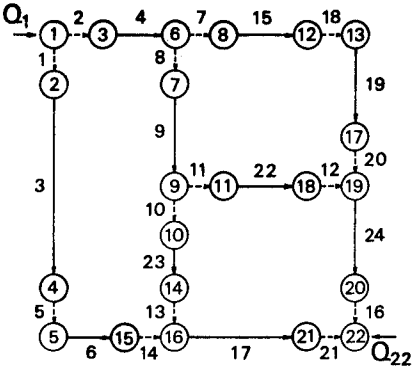


図-1 開水路網系のモデル

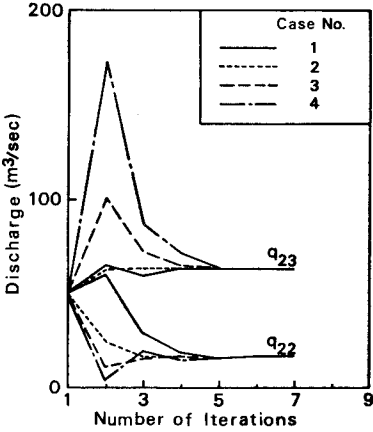


図-2 流量の収束状況