

中央大学理工学部 正員 林 泰造  
 中央大学大学院 学生員 有田 正光  
 ○中央大学大学院 学生員 篠田 薫

## 1. まえがき

本報は現在最も進んだ剪断乱流輸送モデルである Hanjalić - Launder のモデルを使用して振動乱流境界層の計算を行うとともに、実験結果との比較を行ったものである。

## 2. 基本式

Hanjalić - Launder のモデルは (1), (2), (3) 式で表わされる。

$$\frac{\partial \overline{uw}}{\partial t} = -2.8 \left( \frac{\varepsilon}{K} \overline{uw} + 0.07 K \frac{\partial \overline{u}}{\partial z} \right) + C_s \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{K^2}{\varepsilon} \frac{\partial \overline{uw}}{\partial z} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial K}{\partial t} = -\overline{uw} \frac{\partial \overline{u}}{\partial z} - \varepsilon + 0.8 C_s \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{K^2}{\varepsilon} \frac{\partial K}{\partial z} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = -C_{\varepsilon 1} \frac{\overline{uw} \varepsilon}{K} \frac{\partial \overline{u}}{\partial z} - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{K} + 0.5 C_{\varepsilon 3} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{K^2}{\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right) \quad (3)$$

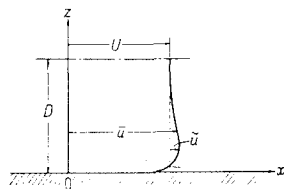


図-1 座標軸および流速

$u, w$  は乱流流速成分；  
 $\overline{u}, \overline{w}$  は  $u, w$  の同位相時アンサンブル平均；  
 $K = \frac{1}{2} \overline{u_i' u_i'}$  は乱流エネルギー； $\varepsilon$  は乱流エネルギー消散率  
 $C_s, C_{\varepsilon 1}, C_{\varepsilon 2}, C_{\varepsilon 3}$  は定数

今回の計算においては多少計算を簡略化し、(3)式を省略するかわりに次式を使用した。

$$\varepsilon = C_{\text{ret}} K^{3/2} / L \quad (4)$$

$$L = 0.085 D \tanh \left[ \frac{0.41}{0.085} \frac{z}{D} \right] \quad (5)$$

$$\frac{\partial (\overline{u} - U)}{\partial t} = -\frac{\partial \overline{uw}}{\partial z} + U \frac{\partial^2 \overline{u}}{\partial z^2} \quad (6)$$

ここに  $U$  は free-stream における流速

## 3. 基本式の無次元化

基本式中の  $(\overline{u} - U)$  (流速の free-stream からの差) を  $\tilde{u}$  と表わし次の比値を導入する。

$$u_* = \tilde{u} / U_0, \quad z_* = z / D, \quad t_* = \omega t, \quad \tau_* = -\overline{uw} / U_0^2, \quad K_* = K / \frac{1}{2} U_0^2, \quad \varepsilon_* = \varepsilon / \omega U_0^2 \quad (7)$$

ここに  $U_0$  は位相 0 の free-stream の流速である。(7) 式の無次元諸量を用いて基本式を無次元化すると左式を得る。

$$\frac{\partial u_*}{\partial t_*} = S \frac{\partial \tau_*}{\partial z_*} + \frac{S}{Re} \frac{\partial^2 u_*}{\partial z_*^2} \quad (8)$$

$$\frac{\partial \tau_*}{\partial t_*} = -2.8 \left( 2 \frac{\varepsilon_*}{K_*} \tau_* - 0.235 S K_* \frac{\partial u_*}{\partial z_*} \right) + \frac{S}{4} C_s \frac{\partial}{\partial z_*} \left( \frac{K_*^2}{\varepsilon_*} \frac{\partial \tau_*}{\partial z_*} \right) \quad (9)$$

$$\frac{\partial K_*}{\partial t_*} = 2 S \tau_* \frac{\partial u_*}{\partial z_*} - 2 \varepsilon_* + 0.2 C_s S \frac{\partial}{\partial z_*} \left( \frac{K_*^2}{\varepsilon_*} \frac{\partial K_*}{\partial z_*} \right) \quad (10)$$

$$\varepsilon_* = 4.16 C_s S K_*^{3/2} / \tanh(4.824 z_*) \quad (11)$$

## 4. 数値計算

数値計算は基本式を陰形式に差分化して行った。空間メッシュは境界層内を  $z$  方向に 50 分割し、時間メッシュは 1 周期を 180 分割した。

ただし  $L$  は渦の特性長で Michel による平板境界層における表現式 (5) 式) を使用する。  $Re = K^{1/2} / L / D =$  乱流レイノルズ数；  $C_{\text{ret}}$  は乱流レイノルズ数に関する定数で Hanjalić - Launder の式によって取り扱われる完全乱流においては 0.2 とする。したがって基本式は (1), (2), (4) 式と振動乱流境界層の運動方程式 (6) 式の 4 式として計算を行った。

表-1

|                        |                                                      |
|------------------------|------------------------------------------------------|
| 振動周期                   | $T = 9.8 \text{ sec}$                                |
| 境界層厚                   | $D = 7 \text{ cm}$                                   |
| 位相 0 の free stream の流速 | $U_0 = 49.9 \text{ cm/sec}$                          |
| 水温                     | $21.4^\circ \text{C}$                                |
| 水の動粘性係数                | $\nu = 0.975 \times 10^{-2} \text{ cm}^2/\text{sec}$ |
| 振動角速度                  | $\omega = 0.64 \text{ rad/s}$                        |
|                        | $S = U_0 / \omega D = 11.14$                         |
| レイノルズ数                 | $Re = U_0 D / \nu = 34,900$                          |

数値計算上の境界条件は次式に示す通りとした。

$$\text{At } Z_* = 0 \text{ (底面)}: u_* = -\cos t_*, \tau_* = 0, K_* = 0$$

$$\text{At } Z_* = 1 \text{ (境界層外縁)}: \frac{\partial u}{\partial Z_*} = 0, \tau_* = 0, \frac{\partial K}{\partial Z_*} = 0$$

## 5. 実験

実験に使用した水槽は全長17.45m、測定部長さ12m、測定部断面25cm×24cmの矩形断面であり、底面は平均粒径0.17mmの標準砂を一樣にはりつけてある。流速測定は直径5mmのフロペラ流速計を使用して行った。また全剪断力の算定は、 $\tau = \rho \frac{\partial}{\partial t} \int_z^D \tilde{u} dz$  より求めた。理論と比較するEのに取り出した実験ケースは表-1の通りである。

## 6. 理論と実験との比較および考察

図-2は流速の理論と実験値との比較、図-3は理論的に出されたレイノルズ応力と実験より導かれた全剪断力の比較、図-4, 5, 6はそれぞれ理論的に出されたレイノルズ応力の時間変化、乱れ運動エネルギー分布、乱れ運動エネルギーの時間変化である。理論はいずれも乱流振動流現象をよく表現していると考えられる。レイノルズ応力の時間変化は単一の余弦曲線では全く近似できない。これは振動流に特徴的な性質である。つまり滑動粘性係数が時間的に変化することを示している。さらに日野らも指摘するように乱れ運動エネルギー、レイノルズ応力とも一方向流の場合よりかなり大きく、振動流中においてはおかなり大きなエネルギー-遷散を生ずる事が解る。

### 参考文献

- 1) 日野幹雄・高須修二：振動乱流に関する研究、第29回年講 pp. 374-375, 1974
- 2) 林 泰造・山田 正・矢島幸一：輸送方程式モデルによる振動流の研究、第23回海講義, pp. 360-364, 1976
- 3) Vasiliev, O.F., V.I. Kvon: Unsteady turbulent shear flow in pipe, Proc. IUTAM Symp. pp. 2028-2054, 1972
- 4) Launder, B.E., K. Hanjalic: A Reynolds stress model of turbulence and its application of thin shear flows. J.F.M. Vol. 52, Part 4. pp. 609-638, 1972

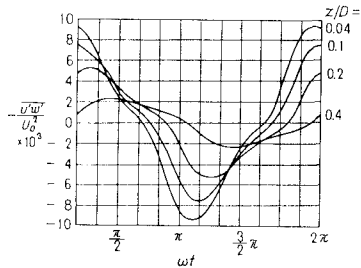


図-4 レイノルズ応力の時間的変化 (Re=34,900, S=11.14) (理論値)

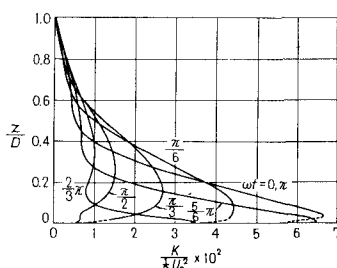


図-5 乱れ運動エネルギー分布 (Re=34,900, S=11.14) (理論値)

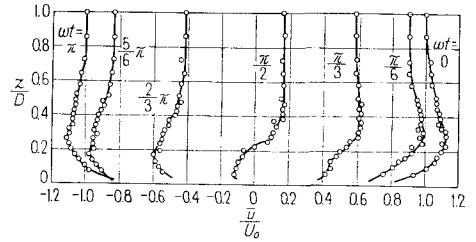


図-2-a 流速の実験値 (Re=34,900, S=11.14)

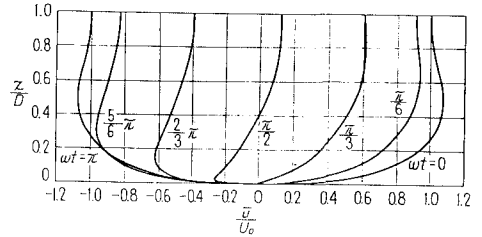


図-2-b 流速の理論値 (Re=34,900, S=11.14)

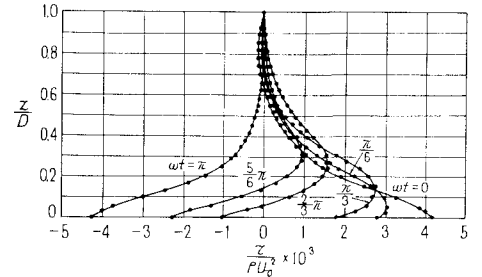


図-3-a 全剪断力 (Re=34,900, S=11.14) (実験値)

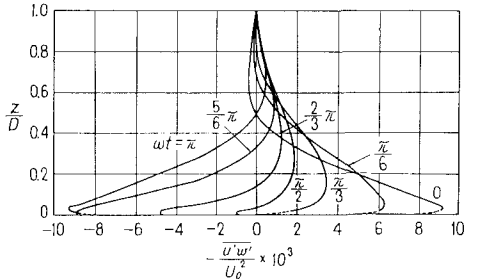


図-3-b レイノルズ応力 (Re=34,900, S=11.14) (理論値)

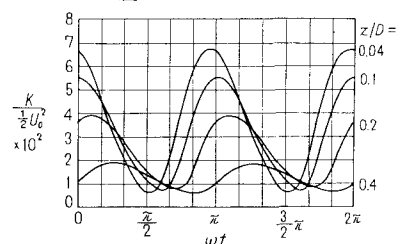


図-6 乱れ運動エネルギーの時間的変化 (Re=34,900, S=11.14) (理論値)