II-229 一次元二層不定流の数値計算（その2）

建設省土木研究所　正員　須賀堯三

一次元二層不定流モデル，および陰型式差分に基づく数値計算法については，すでに報告(海講，1977)した。そして，計算結果が差分格子間隔($\Delta x, \Delta t$)のとり方により左右されることを述べた。この問題を考察する方法として物理量の伝播法則および差分式に基づいて理論的に追求する方法があるが，ここでは実験と計算によりΔxとΔtの関数形を考察する。なお，この関数形は水理量の関数となり，場所的にも時間的にも変化するが，実用上の便を計り平均的な値を求めることとする。

表-1　実験条件と$\Delta x/\Delta t$

実験番号	淡水流量(単位巾) $q_{1,M}$ m³/s	上下層密度 ρ_1	ρ_2	潮位変化 周期 T(hr)	波高 γ(m)	平均水深 h(m)	γ/T cm/hr	差分間隔 Δx m	Δt 秒	$\Delta t/\Delta x$
Run 1	0.0375	0.9980	1.00419	2	0.1	0.55	5	0.5	75	150
〃 2	0.0313	0.9980	1.00369	1	0.1	〃	10	0.5	90	180
〃 3	〃	0.9980	1.00077	1	0.05	〃	5	0.5	45	90
〃 4	〃	0.9973	1.00165	1	0.025	〃	2.5	1.0	30	30
〃 5	〃	0.9976	1.00230	0.5	0.1	〃	20	0.5	60	120
〃 6	〃	0.9973	1.00370	4	0.025	〃	0.625	4.0	15	3.75
数値実験	0.28	1.0002	1.012	12	0.6	3.4	5	500	1500	3

実験は6ケース行った。使用水路は長さ100m，巾0.8mの片面ガラス張りの水平床，長方形断面水路である。上流より一定の淡水流量，下流より一定の塩水流量を与え，潮位変化させることにより不定流実験とした。潮位曲線を$\zeta = (\gamma/2)\sin(2\pi/t)t$としたときの波高$\gamma$と周期Tは表-1のようである。実験中，順流時には水路下流端において，内部フルード数$F_i \fallingdotseq 1$となるが，他はすべて$F_i < 1$である。また，下層密度ρ_2は継断的に一定であり，水面はほぼ水平であることが確められた。計算は以上の6ケースの実験条件のほか，長良川の塩水くさびを模式化し，一定巾，水平河床で$\rho_2 = const.$の場合の数値実験を加えて，合計7ケース実施した。

計算結果を実験値と照合する場合には，$\Delta x/\Delta t$のほか，流量Q_f，潮位変動曲線$S(t)$，初期値，密度差(ε)，および下流端境界条件$h_{1,1}$などの諸水理量について，誤差の入る可能性とその影響について注意をはらっておく必要がある。このうち，初期値，Q_fおよび$S(t)$の実験上の誤差は僅少であり，その影響がほとんどないことを確認した。しかし，Q_fは計算では塩水くさびの先端位置において一定としているので，γの大きい場合および塩水くさびの長さが短い場合には実験条件と大きく相異し，たとえばRun1，2および5では適合しにくい状況がみられた。無次元密度差εおよび下流端境界条件$h_{1,1}$は重大な影響を有する。たとえば，過大なεによって塩水くさび先端位置の振巾の中央位置が上流側にずれ，振巾が増大し，かつ潮位曲線との位相差が増大する。また，$h_{1,1}$の波形で時間的に大きくすれば塩水くさびは上流に伸び，小さくすれば縮むこととなるが，これは下層の塩水量の連続条件より理解されることである。$h_{1,1}$の時間曲線を平行移動させるときには，主として塩水くさび先端位置の中央値が多少ずれるという結果が得られるが，大きな影響は生じない。なお，塩水くさびの上下流運動に関する計算結果を

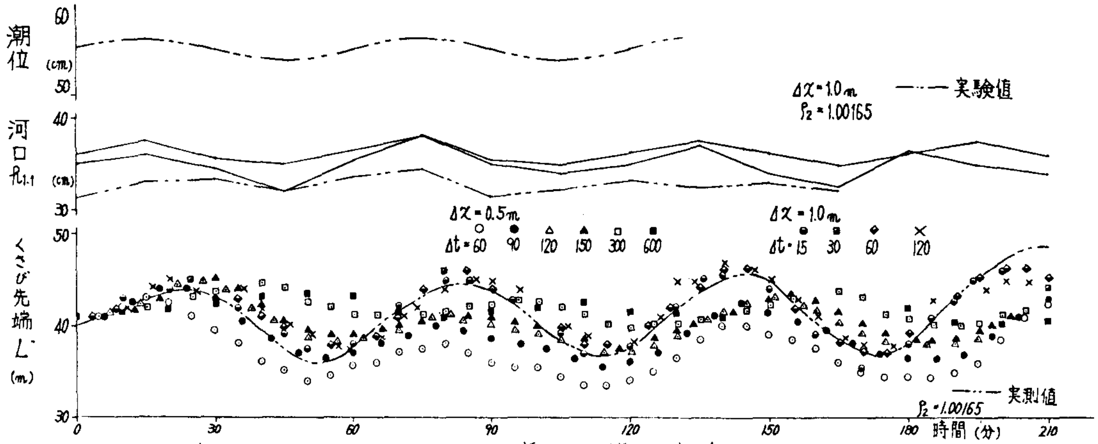
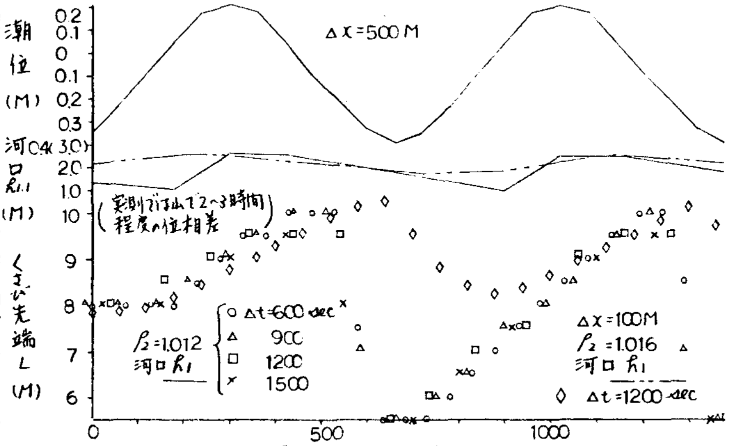


図-1　$\Delta x/\Delta t$による塩水くさび先端位置の変化（計算）と実験値　(Run 4)

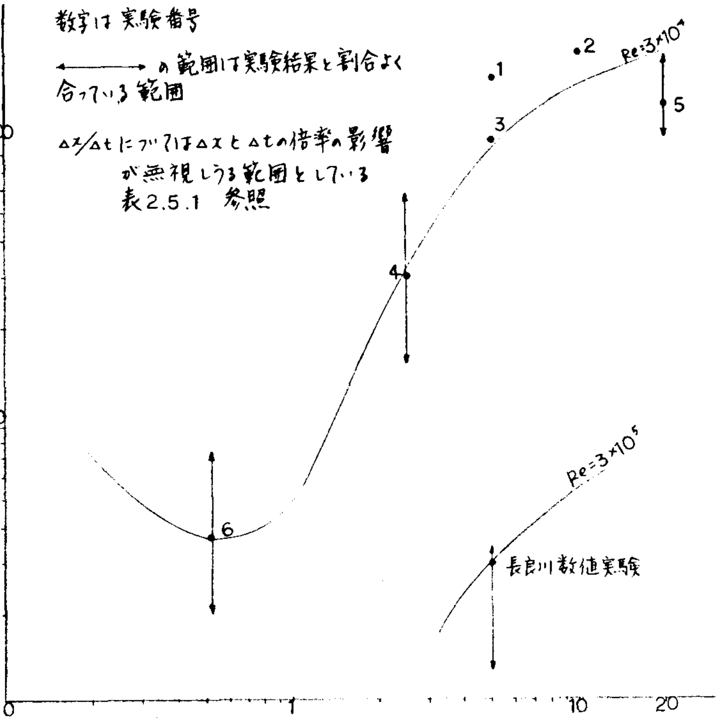
みると時間変化の緩慢なRun 4と6を除き，塩水くさびが流下する段階で計算結果の方が実験より早い速度でさがるようである。これは，先に述べたρ_fの与え方や潮位曲線の影響のほか，河床との摩擦力の影響も存在すると思われる。すなわち，実験では引潮時に，先端渦が消えたあと下層水深が非常に小さくなり，河床に頑強にへばりつく状態が長く続き，ゆっくりと流下する。計算では下層水深が小さくなるとそれを無視し，かつ摩擦についても下層水深がある程度の値を示す状態を想定した係数をとり，その係数を一定として扱っていることに依る面もあると考えられる。計算結果の評価にはこのような現象の特性も考慮しなければならないと思われる。



図－2　長良川を模擬した数値実験

さて，差分の格子間隔のとり方の問題について考察する。ΔxとΔtの関数形としては無次元表示することが望ましいが，第一段階として$\Delta x/\Delta t$として調べてみる。まず$\Delta x/\Delta t$としたときのαの影響は存在するが，その影響が顕著でなく，ほとんど無視しうる範囲を取扱うこととした。

つぎに，$\Delta x/\Delta t$に対して潮位曲線の影響が卓越するはずであり，代表量としてδ/Tをとりあげる。一例として図－2に示すように塩水くさびの先端位置の変動に関する計算値と実験値との比較から，最も適当と思われる$\Delta x/\Delta t$の値を



図－3　差分計算における格子間隔のとり方

表－1に示すように定める。その結果は図－3に示すようである。もっとも，Run 1.2および3以外のケースでは，これより相当広い範囲の$\Delta x/\Delta t$の値をとることが可能のようであった。そして，一般に$\Delta x/\Delta t$の特性としては，Run 6を除き，$\Delta x/\Delta t$が増大すると塩水くさびの変動巾が増大し，その仕方は遡上距離が伸び，最低位置はわずかの減少にとどまる。また，谷の位置はあまり変わらないが，山が左に寄り遡上速度が増大するというふうである。Run 6の場合はその逆であった。図－3において，周期Tが無限大と無限小の場合は定常状態と等しい状況であるから，このとき$\Delta x/\Delta t=0$である。したがって左方および右方において$\Delta t/\Delta x$は大きくなる。$\Delta x/\Delta t$による塩水くさび先端位置の変動特性がRun 6とそれ以外とで逆の関係にあることと関連づけて興味深いところである。なお，このような$\Delta x/\Delta t$の特性はRe数によっても異ることが，長良川の数値実験例によって示された。

以上の結果より，二層流の計算を陰型式差分法により行う場合の，格子間隔のとり方のよりどころを得た。