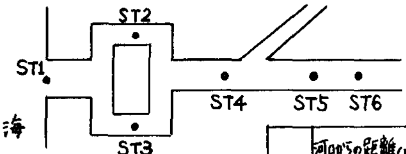
II-217　感潮域の流動特性に関する一考察

東京大学工学部　正員　玉井 信行
東京大学大学院　学生員　○田中 勝哉

1. はじめに

A川下流の感潮部に於て、昭和50年11月5日午前10時より25時間にわたり、水位、流速、導電率等の連続測定が行なわれた。著者らはこの時の観測データに基いて、感潮河川の流動特性、特に一次元分散係数に及ぼす鉛直循環流の寄与等に関しての考察を行ったのでここにその結果を報告する。A川は図-1に示すような平面特性を持ち、河幅、水深は河口部でそれぞれ最大値230 m、4 mであり、上流に行くにつれ小さくなる。断面形はおおよそ長方形とみなせる。測定はST1～6の各地点の河道中央部で行なわれた。



	河口からの距離(m)
ST1	0
ST2	3900
ST3	3900
ST4	6700
ST5	10200
ST6	13500

図-1

2. 分散理論と実測

二次元拡散方程式に於て、流速U、塩分濃度Sを次のように分解する。

$$U = U_0 + U_t(t) + U_1(z) + U_2(t, z) \quad \cdots ①$$

$$S = S_0 + S_t(t) + S_1(z) + S_2(t, z) \quad \cdots ②$$

$$\partial S/\partial t + \partial(SU)/\partial x = \partial(K_x\, \partial S/\partial x)/\partial x + \partial(K_z\, \partial S/\partial z)/\partial z \quad \cdots ③$$

ここに　x：流れ方向　z：鉛直下方向
K_x, K_z：拡散係数
添字
0 → 水深方向平均かつ周期平均値
t → 水深方向平均の周期平均からの偏差
1 → 水深方向平均からの偏差の周期平均
2 → 残差

①②を③に代入し、水深、潮汐周期で平均をとり、塩分フラックスが $\partial S/\partial x$ に比例すると考える。この比例定数がいわゆる分散係数である。

$$\langle\overline{S_t U_t}\rangle = -D_t\, \partial S/\partial x,\quad \langle\overline{S_1 U_1}\rangle = -D_1\, \partial S/\partial x,\quad \langle\overline{S_2 U_2}\rangle = -D_2\, \partial S/\partial x \quad \cdots ④$$

$$\partial(S_0 U_0)/\partial x = \partial(D\, \partial S/\partial x)/\partial x \qquad (D = K_x + D_t + D_1 + D_2) \quad \cdots ⑤$$

$\overline{}$：周期平均
$\langle\ \rangle$：水深方向平均

今、U_0, D が x によらず一定と考えれば⑤式は積分できて

$$D = U_0 \times (x_1 - x_2) / (\ln S(x_1) - \ln S(x_2)) \quad \cdots ⑥$$

⑥式で得られたDの値と、塩分フラックスより求めた D_t, D_1, D_2 の値を表1に示す。分散係数Dに対する寄与は D_t, D_1 が主要であり、塩分の影響が大きい下流部ほど D_1 の寄与が大きくなることがわかる。以下 D_1 についてさらに検討する。

表-1

	D (m²/s)	∂S/∂x (m⁻¹)		∂S/∂x (m⁻¹)	D_t (m²/s)	D_1 (m²/s)	D_2 (m²/s)
ST1～ST3	3.1×10^2	1.2×10^{-6}					
ST3～ST4	2.9×10^2	2.0×10^{-6}	ST3	1.6×10^{-6}	0.3×10^2	2.4×10^2	0.2×10^2
ST4～ST5	2.7×10^2	2.2×10^{-6}	ST4	2.1×10^{-6}	1.5×10^2	1.2×10^2	0.3×10^2
ST5～ST6	2.0×10^2	0.9×10^{-6}	ST5	1.6×10^{-6}	1.7×10^2	0.7×10^2	0.2×10^2

3. 鉛直方向循環流について[1]

1). 流速分布　　潮汐周期平均の水深方向流速分布を求める。

運動方程式

$$\begin{cases} 0 = -\partial p/\partial x + \rho N_z\, \partial^2 U/\partial z^2 & \cdots ⑧ \\ p = \rho g (z - \zeta) & \cdots ⑨ \end{cases}$$

N_z：渦動粘性係数

境界条件

$$dU/dz = 0,\ \text{at}\ z = 0,\quad U = 0,\ \text{at}\ z = h \quad \cdots ⑩$$

$$\int_0^h U\, dz = U_0 h \quad \cdots ⑪$$

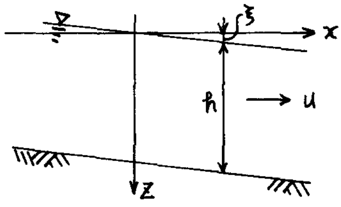


図-2

ρ, N_z の z 方向変化を考えないと⑧式は⑨式を用いて簡単に積分ができ⑩,⑪式の条件を満足するようにUのz方向分布が定まる。U_1 はUから U_0 を引いたものであり、結局次式のようになる。

$$U_1 = U - U_0 = U_s(1 - 9\eta^2 + 8\eta^3) + \tfrac{1}{2}U_0(1 - 3\eta^2) \quad \cdots ⑫$$

ここに　$U_s = g\lambda h^3 / 48\rho N_z$　$\lambda = \partial\rho/\partial x$　$\eta = z/h$

2). 濃度分布　　潮汐周期平均の水深方向偏分濃度分布を求める。

$$\partial S/\partial t + u\,\partial S/\partial x = \partial(K_x\,\partial S/\partial x)/\partial x + \partial(K_z\,\partial S/\partial z)/\partial z \quad \cdots ⑬$$

⑬式を水深方向に平均をとる。$\partial S/\partial x$ は z によらず一定と仮定する。

$$\partial S/\partial t + (u_0 + u_t)\,\partial S/\partial x = \langle \partial(K_x\,\partial S/\partial x)/\partial x \rangle \quad \cdots ⑭$$

⑬から⑭を引き潮汐周期で平均をとる。K_xは水深方向に一定と仮定すれば

$$u_1\,\partial S/\partial x = \partial(K_z\,\partial S/\partial z) \quad \cdots ⑮$$

さらにK_zをzに関して一定と仮定すれば⑮式は次の境界条件の下で簡単に積分できる。

境界条件　　$K_z\,\partial S/\partial z = 0$ at $z = 0,\ h$

$$S = h^2/K_z \cdot \partial S/\partial x \left[u_s\left(\tfrac{1}{2}\eta^2 - \tfrac{3}{4}\eta^4 + \tfrac{2}{5}\eta^5\right) + \tfrac{1}{2}u_0\left(\tfrac{1}{2}\eta^2 - \tfrac{1}{4}\eta^4\right) + c \right] \quad \cdots ⑯$$

$$\langle S \rangle = h^2/K_z \cdot \partial S/\partial x \left[\tfrac{1}{12}u_s + \tfrac{7}{120}u_0 + c \right] \quad \cdots ⑰$$

$$S_1 = S - \langle S \rangle = h^2/K_z \cdot \partial S/\partial x \left[u_s\left(\tfrac{2}{5}\eta^5 - \tfrac{3}{4}\eta^4 + \tfrac{1}{2}\eta^2 - \tfrac{1}{12}\right) + u_0\left(\tfrac{1}{4}\eta^2 - \tfrac{1}{8}\eta^4 - \tfrac{7}{120}\right) \right] \quad \cdots ⑱$$

3). 鉛直循環流による偏分フラックス

$$\langle \overline{S_1 u_1} \rangle = 1/h \cdot \int_0^h S_1 u_1\,dz$$

$$= h^2/K_z \cdot \partial S/\partial x \cdot \left(A_1 u_s^2 + A_2 u_s u_0 + A_3 u_0^2 \right) \quad \cdots ⑲$$

ここに

$$A_1 = \int_0^1 (8\eta^3 - 9\eta^2 + 1)\left(\tfrac{2}{5}\eta^5 - \tfrac{3}{4}\eta^4 + \tfrac{1}{2}\eta^2 - \tfrac{1}{12}\right) d\eta \fallingdotseq -3.02 \times 10^{-2}$$

$$A_2 = -\int_0^1 \left[\left(\tfrac{3}{2}\eta^2 - \tfrac{1}{2}\right)\left(\tfrac{2}{5}\eta^5 - \tfrac{3}{4}\eta^4 + \tfrac{1}{2}\eta^2 - \tfrac{1}{12}\right) + (8\eta^3 - 9\eta^2 + 1)\left(\tfrac{1}{8}\eta^4 - \tfrac{1}{4}\eta^2 + \tfrac{7}{120}\right) \right] d\eta \fallingdotseq -4.52 \times 10^{-2}$$

$$A_3 = \int_0^1 \left(\tfrac{3}{2}\eta^2 - \tfrac{1}{2}\right)\left(\tfrac{1}{8}\eta^4 - \tfrac{1}{4}\eta^2 + \tfrac{7}{120}\right) d\eta \fallingdotseq 1.90 \times 10^{-2}$$

分散係数の定義④式より鉛直循環による分散係数D_1は次のようになる。

$$D_1 = h^2/K_z \cdot \left[3.02\,u_s^2 + 4.52\,u_s u_0 - 1.90\,u_0^2 \right] \times 10^{-2} \quad \cdots ⑳$$

4). 実測値との比較

u_1, S_1の分布について理論式と実測値との比較を示したのが図-3である。用いたパラメータ等は表-2に示す。⑫, ⑱式はかなりラフな議論ではあるが、実際の分布をおおむねよく表すことがわかる。⑳式によるD_1の値もあわせて表-2に示した。

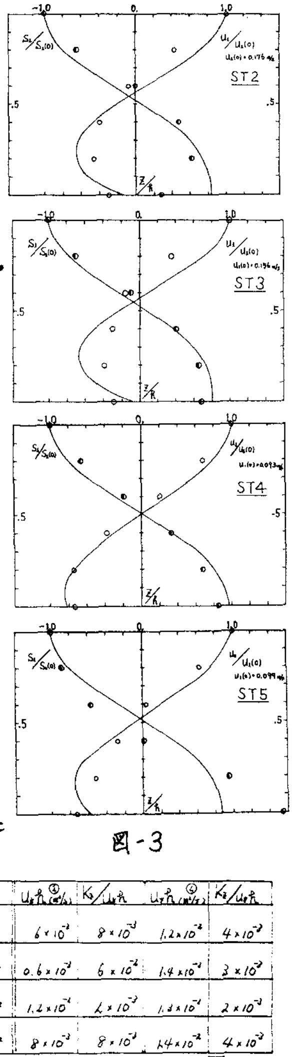


図-3

表-2

	u_0 (m/s)	u_s (m/s)	$\partial S/\partial x$ (m⁻¹)	h (m)	N_z (m²/s)	K_z (m²/s)	D_1 (m²/s)	$u_* h$ ① (m²/s)	$K_z/u_* h$	$u_* h$ ② (m²/s)	$K_z/u_* h$
ST2	0.031	0.161	2×10^{-6}	3.8	1×10^{-4}	5×10^{-5}	4×10^{2}	6×10^{-3}	8×10^{-3}	1.2×10^{-2}	4×10^{-3}
ST3	0.003	0.154	〃	3.8	1×10^{-4}	4×10^{-5}	3×10^{2}	0.6×10^{-3}	6×10^{-2}	1.4×10^{-2}	3×10^{-3}
ST4	0.082	0.093	〃	2.8	2×10^{-4}	2×10^{-5}	0.6×10^{2}	1.2×10^{-2}	2×10^{-3}	1.3×10^{-2}	2×10^{-3}
ST5	0.056	0.071	〃	2.7	1×10^{-4}	6×10^{-5}	0.3×10^{2}	8×10^{-3}	8×10^{-3}	1.4×10^{-2}	4×10^{-3}

注) $n = 0.02$　① $U = u_0$　② $U = \sqrt{\overline{u_t^2}}$

5). 渦動拡散係数等について

実測の流速分布から渦動粘性係数N_z, 渦動拡散係数K_zを求めたものを表-2に示した。この場合のN_z, K_zは、潮汐周期平均の流れの場での値であることに注意されたい。この値を摩擦速度u_*, 水深hを用いて無次元化するにあたって次のように、平均流速Uとマニング則を導入する。

$$u_* = \sqrt{gRI} = n g^{\frac{1}{2}} R^{-\frac{1}{6}} U \quad \therefore\ u_* h = n g^{\frac{1}{2}} h^{\frac{5}{6}} U \qquad n: \text{マニングの}n \quad \cdots ㉑$$

Uについてu_0, $\sqrt{\overline{u_t^2}}$を用いた場合の$K_z/u_* h$を表-2に示した。ST3はデータに若干問題があると思われるので、一応これを除いて考えると、$K_z/u_* h$の値は10^{-3}のオーダーであり、均質流体における定常、対数分布則の場合の$K_z/u_* h = 0.068$に比べて、1桁小さくなるようである。

4. おわりに

現地観測データをもとに、感潮河川における鉛直循環に関して理論と実際現象との対比を行った。分散については、水平循環流の寄与が大であるという報告もあるが、今回はデータの制約上鉛直二次元的取扱いしかできなかった。今後の課題であると思う。

最後に、用いた資料は建設省近畿地建によるものであることを記し、謝意を表する。

＜参考文献＞ ① Charles B. Officer「Physical oceanography of estuaries」, ② Hugo B. Fischer の一連の論文