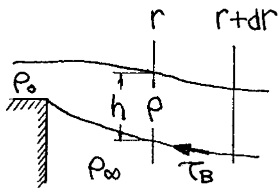
II-215 海面上に放出された廃水の流れの内部跳ね水現象

東京大学工学部 ○(正)熊谷幹郎, (正)西村肇

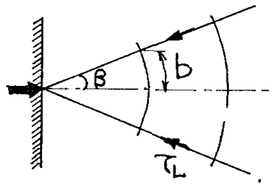
◇ 緒 言 ◇ 一次元水路内の密度成層した流れでは、水路の巾が急に拡大したり、水深が急に浅くなっていると Internal hydraulic jump が起る(Stommel & Farmer, 1952; Wilkinson & Wood, 1971)。Jump の前後の流速, 成層の厚み、濃度の変化に関する研究は、いくつか報告されている(Yih & Guha, 1955; Wilkinson & Wood; Stefan & Hayakawa, 1972; Hayakawa, 1974)。しかし、廃水を海面上に水平に放出した際に形成される三次元の流れに対する Internal hydraulic jump に関する報告はほとんど見あたらない。唯一の例外は Stolzenbach & Harleman (197) で、三次元の場合には起らないであろう、と述べている。本報告では、理論的解析によって、ジェット状に放出された三次元成層流の場合、内部跳ね水現象が起るはずであることを示す。



◇ 定 式 化 ◇ ジェットは放射状に拡がると仮定し、下層水は無限に深く、密度 ρ_∞ で一様、静止しているとする。下層水の連行と横の海水との水平混合とを考慮に入れる。$r \sim r+dr$, 厚み h, 巾 b の廃水層の運動方程式は、

$$\rho u b h \frac{du}{dr} = -bP - b\rho\tau_B - h\rho\tau_L$$

ここに $P \equiv \int_h (\partial p/\partial r)dz$, $\tau_B \equiv$ bottom friction, $\tau_L \equiv$ lateral friction で次式で与えられる。



$$P = gh^2\left(\frac{1}{2} - \frac{\rho}{\rho_\infty}\right)\frac{d\rho}{dr} + \rho g h\left(1 - \frac{\rho}{\rho_\infty}\right)\frac{dh}{dr}$$

$$\tau_B = e_B u^2, \quad \tau_L = e_L u^2$$

密度差の変化を与える式は、

$$ubh\frac{d\Delta\rho}{dr} = -b\Phi_B - h\Phi_L, \qquad \text{ここに } \Phi_B = e_B u \Delta\rho,\ \Phi_L = e_L u \Delta\rho,\ \Delta\rho \equiv \rho_\infty - \rho$$

密度差を $r = \text{const}$ の断面で積分した量は保存されるので

$$ubh\Delta\rho = \text{const} = Q_0 \Delta\rho_0, \qquad Q_0 \equiv \text{放出水量}$$

仮定により $b = \beta r$ (βは拡がり角)。以上三つが ρ, u, h に対する基礎式。これを解くには、連行係数 e_B, e_L の値を知ることが必要。ここでは e_Lは一定とし、e_B は Richardson 数の関数とする。

$Ri = gh\Delta\rho/\rho_\infty u^2$, $\psi = \Delta\rho/\Delta\rho_0$ を導入し、Boussinesque 近似を用いると、基礎式は次のように変形できる。

$$ubh\psi = Q_0, \quad \frac{1}{h}\frac{dh}{dr} = \frac{1}{Ri-1}\cdot\frac{1}{r} + \frac{Ri-4}{Ri-1}\cdot\frac{E}{2h}, \quad \frac{1}{Ri}\frac{dRi}{dr} = \frac{2Ri+1}{Ri-1}\cdot\frac{1}{r} - \frac{Ri+2}{Ri-1}\cdot\frac{3E}{2h}$$

ここに $E \equiv e_B + (h/b)\cdot e_L$

◇ Internal hydraulic jump ◇ 次頁の図は lateral mixing を無視した場合 ($e_L = 0$) の解の1例 ($Ri_0 = 0.01$, $r_0 = \sqrt{10}$, $\psi_0 = 1$)。e_B は Ellison-Turner の実験結果を使用。廃水は下層水を巻き込みつつ拡がり、$Ri = 1$ に近ずく。ここは方程式の特異点であるため、この点を越えて方程式を解くことはできない。無理に解こうとすれば、図に示すように、解は不自然な形になる。これは、この付近で内部跳ね水現象が起らなければならないことを意味している。

jump前後の h, u, ψ の変化は、運動量保存の式、連続の式を適用して求めることができる。

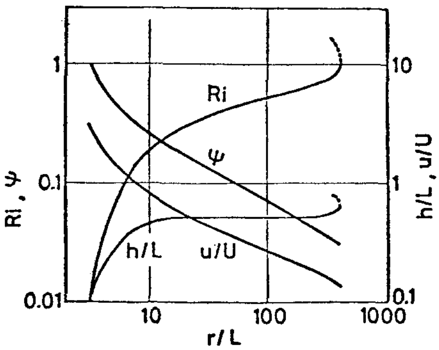
$$\frac{1}{Ri_1}\left(\frac{\psi_1^2 r_1 h_1}{\psi_2^2 r_2 h_2}-1\right)=\frac{r_1+r_2}{4r_1}\left(1-\frac{\psi_2 h_2^2}{\psi_1 h_1^2}\right)$$

添字1，2はそれぞれjumpの上流側，下流側を示す。

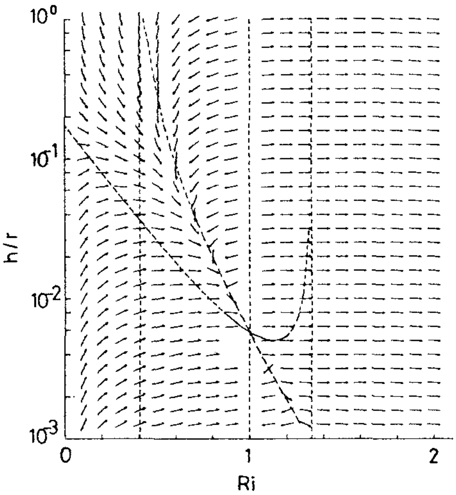
$r_1=r_2$ で，jump時に巻き込みがない時（$\psi_1=\psi_2$）は，

$$\frac{h_2}{h_1}=\frac{1}{2}\left(\sqrt{1+\frac{8}{Ri_1}}-1\right)$$

という良く知られた式になる。 $Ri_1=0.9$ でjumpが起ったとすると jump後は $h_2=1.07h_1$，$Ri_2=1.11$ となる。このように廃水層は、jumpすることによって $Ri>1$ となる。この先は既報の通り、廃水は安定に成層して、$h\approx const$，$u\propto 1/r$ で拡がる（熊谷・西村，1974）。



流れの挙動は、放出条件によって異る。 jumpする流れを与えるような放出条件の範囲を求めるには、相平面が役に立つ。基礎式は1階の微分方程式2つから成る系であるから、解の挙動は2つの変数だけで記述し得るはずである。 右図は Ri, h/r-平面上に解の軌道を描いたものである。 lateral mixing を考慮に入れ、$\beta=2e_L$（密度差がない時の開き角）を仮定した。 放出条件に応じて3つのタイプの流れに分類できることがわかる。



《Type 1》 $Ri_0<1$ で放出され、点Jに収束するように流れの状態が変化し、そこでjumpし、次いで安定成層領域に入るような流れ。

《Type 2》 $Ri_0>1$ で放出され、最初から安定成層領域にある流れ。 jumpはしない。

《Type 3》 $Ri=1$ に収束してしまう流れ。 やはりjumpはしない。

パルプ廃水は、沈殿池からoverflowするようにして海域に放出されているものが多い。 このようなflooded dischargeの場合、海域における流れはType 2の、最初から安定に成層した流れになると思われる。 Silberman（1967）の指摘している油のように表面を拡がる流れも、このTypeの流れであろう。

廃水をJet状に放出した場合は、流れはType 1または3になる。 しかし、Type 3の流れでは上図からわかるように h/r が非常に小さく、またこの時の h や u を計算してみると、このタイプの流れは実際にはほとんどあり得ないことがわかる。 この推定が正しければ、Jet状に放出された廃水はType 1の流れを形成しているはずであり、したがってどこかでInternal hydraulic jump が起っているはずである。 温排水も多くは、Jet状に放出されているので、海面からの熱の放散の効果が小さければ、どこかでjumpが起っていると予想される。

巾が一定で水深無限大の開水路を流れる成層流に対して相平面をつくると、流れはType 3のものしかないことがわかる。 すなわち、一次元の場合はjumpは起らないわけで、二次元の流れとは著しく様子が異っている。

◇ 結 語 ◇ 半無限海域に放出された淡水性廃水の流れは、放出条件に応じて3つのタイプに分けられ、Jet状に放出されればInternal hydraulic jumpが起り、ゆるやかに放出されると最初から安定に成層してjumpは起らないこと、を示した。