

京都大学 学 ○ 村田 康弘
 京都大学 正 松岡 譲
 京都大学 正 佐友 恒

1. はしがき 汚泥の沈降圧密現象の解析に対しては、種々の因子が考えられるが、Shim⁽¹⁾、Kos⁽²⁾により、透水性と圧縮性の重要性が最近、強調されてきている。ここでは、透水性と圧縮性が、沈降圧密に及ぼす影響を数値シミュレーションから考える。

2. 基本式系 沈降圧密に、透水性と圧縮性を考慮するには、従来より取り扱われていた固相を中心とするKinematicな方法では不十分であって、運動条件についてもある程度の配慮が必要となってくる。そこで、本研究では、一応次の式系を基本式系として採用することにした。

$$\frac{\partial \rho_s}{\partial t} + \frac{\partial \rho_s v_s}{\partial x} = 0 \quad (\text{固相の質量保存則}) \quad \dots\dots (1) \quad \frac{\partial \rho_l}{\partial t} + \frac{\partial \rho_l v_l}{\partial x} = 0 \quad (\text{液相の質量保存則}) \quad \dots\dots (2)$$

$$\frac{\rho_s}{d_s} + \frac{\rho_l}{d_l} = 1 \quad (\text{固液相の非圧縮条件}) \quad \dots\dots (3)$$

$$-\frac{\partial \sigma}{\partial x} + \rho_s g_x - (1-n) \frac{\partial p}{\partial x} + F \cdot (v_l - v_s) = 0 \quad (\text{固相の運動方程式}) \quad \dots\dots (4) \quad \left. \begin{array}{l} \text{式(4), (5)では、加速度項} \\ \text{が、無視されている。} \end{array} \right\}$$

$$-\frac{\partial p}{\partial x} + \rho_l g_x - F \cdot (v_l - v_s) = 0 \quad (\text{液相の運動方程式}) \quad \dots\dots (5)$$

$$Q = \frac{d \rho_s}{d \sigma} \quad (\text{固相の状態方程式}) \quad \dots\dots (6)$$

ここで ρ_s, ρ_l は純粋的な固相、液相の密度、 v_s, v_l は固相、液相の流速、 p, σ は液相の有効応力、また d_s, d_l は実質的な固相の液相の強度 n は空隙率であり、 F は透水係数、 μ は粘性係数 μ と $F = \frac{\mu g}{\rho_s}$ の関係をもっている。有効応力の発生についてはそのメカニズムは複雑であり、その説明は本研究の目的の一つでもあるが、ここでは、式(6)の仮定としている。さらにまた、透水係数、圧縮係数は ρ_s の関数であり、各汚泥の物性に合った値をとることを仮定する。

さて、式(6)の仮定により、式(1)~(6)は、 $\rho_s, \rho_l, v_s, v_l, p, \sigma$ の完全な微分方程式系を構成し、適当な変形近似によって、従来の沈降方程式、圧密方程式(Terzaghi)などが導かれる。この点からも、興味深い問題となるが、本研究では、これらの点も含めてもっと基礎的なケースとして、式(1)~(6)をそのまま数値解析することによって、その特性を解明する。そこで、本研究では、解析の都合上、式(1)~(6)を次のように変形した上で差分化した。なお、次式系では、 $\rho_s, (v_l - v_s), v_s$ を第1次的な変数とみなす。

$$\frac{\partial \rho_s}{\partial t} + \frac{\partial \rho_s v_s}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots (7) \quad n = 1 - \frac{\rho_s}{d_s} = \frac{\rho_l}{d_l} \quad \dots\dots (8)$$

$$\frac{\partial \rho_s}{\partial x} \{ n v_l + (1-n) v_s \} = 0 \quad \dots\dots (9) \quad \frac{\partial p}{\partial x} = g_x (\rho_l + \rho_s) + \frac{d_s}{d_l} \frac{\partial n}{\partial x} \quad \dots\dots (10)$$

$$(v_l - v_s) = \frac{1}{F} \{ -n \frac{\partial p}{\partial x} + \rho_l g_x \} \quad \dots\dots (11)$$

Fig. 1 Column

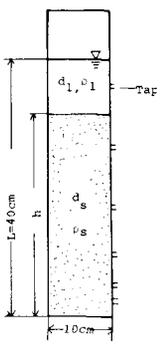


Fig. 2 Bulk Mass Density of Solid as a Function of the Effective Pressure

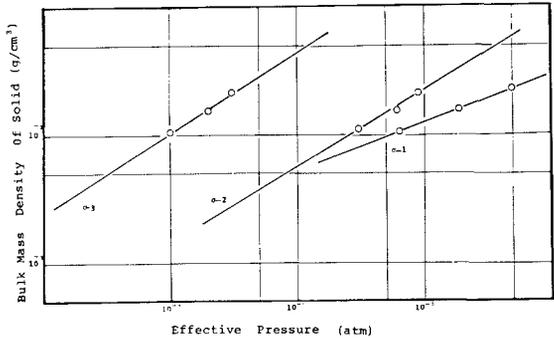
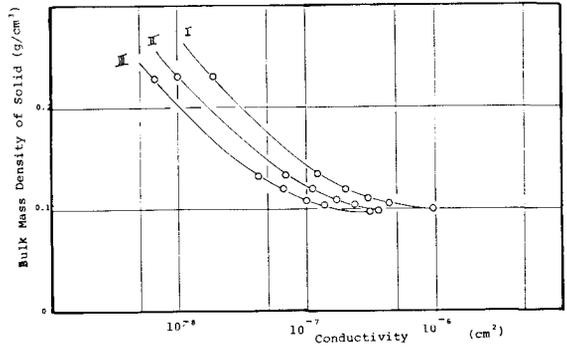


Fig. 3 Bulk Mass Density of Solid as a Function of the Conductivity



式(7)~(11)を差分化するにあたっては、式(9)における ρ_0 が実質上式(8)~(11)によって定まる ρ_s, t, x などの強い関数であり、したがって上式系は強い非線形性を示すことに注意しなければならぬ。そこで本研究では式(7)~(11)を下に示す式(12)~(14)のように陰的なスキームで書き下し、逐次近似法によって解を求めている。

$$j=1: \frac{\rho_{s,1}^{i+1} - \rho_{s,1}^i}{\Delta t} = -\frac{1}{\Delta x} \left\{ \frac{(k_{s,1}^{i+1} + k_{s,1}^i)}{2} \frac{1}{2} (\rho_{s,2}^{i+1} + \rho_{s,2}^i) + \frac{1}{2} (\rho_{s,1}^{i+1} + \rho_{s,1}^i) \right\} \quad \text{--- (12)}$$

$$j=2 \sim (N-2): \frac{\rho_{s,j}^{i+1} - \rho_{s,j}^i}{\Delta t} = -\frac{1}{\Delta x} \left\{ \frac{(k_{s,j}^{i+1} + k_{s,j}^i)}{2} \frac{1}{2} (\rho_{s,j+1}^{i+1} + \rho_{s,j+1}^i) + \frac{1}{2} (\rho_{s,j}^{i+1} + \rho_{s,j}^i) \right\} \\ - \left\{ \frac{(k_{s,j}^{i+1} + k_{s,j}^i)}{2} \frac{1}{2} (\rho_{s,j}^{i+1} + \rho_{s,j}^i) + \frac{1}{2} (\rho_{s,j-1}^{i+1} + \rho_{s,j-1}^i) \right\} \quad \text{--- (13)}$$

$$j=N: \frac{\rho_{s,N}^{i+1} - \rho_{s,N}^i}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta x} \left\{ \frac{(k_{s,N}^{i+1} + k_{s,N}^i)}{2} \frac{1}{2} (\rho_{s,N}^{i+1} + \rho_{s,N}^i) + \frac{1}{2} (\rho_{s,N-1}^{i+1} + \rho_{s,N-1}^i) \right\} \quad \text{--- (14)}$$

$$\left(\frac{\partial \rho}{\partial x} \right)_{j+1}^i = \frac{\rho_x}{2} (\rho_{s,j+1}^{i+1} + \rho_{s,j+1}^i + \rho_{s,j+1}^{i+1} + \rho_{s,j+1}^i) + \frac{\rho_s}{2} \frac{1}{\Delta x} (\rho_{s,j+1}^{i+1} - \rho_{s,j+1}^i) \quad \text{--- (15)}$$

$$(k_e - k_s)_{j+1}^i = \frac{1}{2F(\rho_{s,j+1}^i)} \left\{ - \left(\frac{\partial \rho}{\partial x} \right)_{j+1}^i (m_{j+1}^i + m_{j+1}^{i+1}) + \rho_x (\rho_{e,j+1}^i + \rho_{e,j+1}^{i+1}) \right\} \quad \text{--- (16)}$$

$$k_{s,j+1}^i = -\frac{1}{2} (k_e - k_s)_{j+1}^i (m_{j+1}^i + m_{j+1}^{i+1}) \quad \text{--- (17)}$$

$$\rho_{j+1}^{i+1} = \rho_{j+1}^i + \left(\frac{\partial \rho}{\partial x} \right)_{j+1}^i \Delta x \quad \text{--- (18)} \quad k_{s,j+1}^{i+1} = (k_e - k_s)_{j+1}^i + k_{s,j+1}^i \quad \text{--- (19)}$$

3. 実験とデータ 図1のシリンダーを用いて沈降試験を行なった。採用泥は琵琶湖底泥で密度は2.45であった。界面の沈降と ρ の x 方向の時間的な変化を測定した。 ρ_s は含水率から求めたが、 ρ_s 測定時の ρ は値が小さく直接測定できなかった式で補間している。 $\rho_s = a_1 \rho^{-a_2}$ ($0 < a_1 < 1$) --- (20) a_1, a_2 は実験値から決まる。透水係数は、界面沈降によるKynchの方法より推定している。

4. 数値計算 数値計算は ρ_s の x 方向の分布の時間的な変化を実測値のそれと比較することに主眼がおかれた。そのさい実験からは計測上の都合もあって、 ρ の ρ_s との関係を正確に求め得なかったが、計算はこれらの値を試行錯誤的に決めていけると得なかった。その2,3の例が図2,3であるが、これらの値を使用し鉛直方向濃度分布を計算したものが図4~7に示されている。図4は図2における $\rho=3$ の関係を使用し、 ρ についてはKynchの方法で得られた値を中心に変化させた。この場合実測値とはIの曲線がほとんど重なった。図7は、 ρ の影響をあらわすものであり、圧縮があまり進行していない沈降初期においても $\rho_s - \rho$ の関係が ρ_s の分布に影響をおよぼすことがわかる。図6は ρ_s と ρ の関係を図3に、 ρ_s と ρ の関係を図IIとしたときの計算値であり、 ρ_s の時間的な変化を示す例である。図7は図6中の60分値を実測値と比較したものである。

5. おわりに 本研究は、泥の沈降圧縮現象の解析について、有効なパラメータの重要性について数値解析を中心に検討したものである。稀薄密度域における有効な値、透水係数値の推定に問題を残しており、この点については現在、検討実験中である。最後に、本研究は、京都大学教授岩井重久、鴻巣紙組服部博太郎、三浦重義の三氏が共同研究者であること、及び、本研究が、文部省科学研究費 242033の一部であることを付記する。

文献: (1) Shin, B. S., Dick, I. R. (1974) "Effect of Permeability and Compressibility of Flocculent Suspension on Thickening." Proc. 7th International Conf. on Water Poll. Res.
(2) Kos, Adrian, "Transport Phenomena Applied to Sludge Dewatering," Journal of the Environmental Engineering Division. (1975). 11781. / M. ASCE.

Fig. 4 The Simulation of Distribution of Bulk Mass Density of Solid

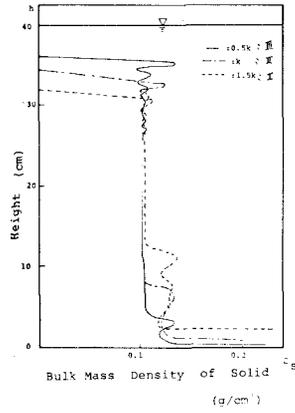


Fig. 5 The Simulation of Distribution of ρ_s

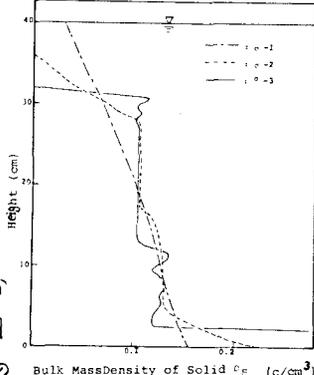


Fig. 6 Experimental Value and Simulation

Fig. 6 Simulation

