

九州大学工学部 正員 粟谷陽一
九州工業大学 正員 ○藤崎一裕

1. まえがき

凝集性物質の圧縮沈降現象については、種々の検討⁽¹⁾⁽²⁾⁽³⁾⁽⁴⁾がなされているが、この現象に対する一般的な解析手法を見出すには至っていない。これは凝集性物質の物性が複雑で、ことに圧縮特性の把握が困難なことにその原因があると思われる。筆者らは、この種の現象の解析手法を確立するための第1段階として、取扱いが比較的簡単な、凝集度の低い物質を対象にして、圧縮沈降過程を検討した。

本報は、圧縮沈降過程を沈積物の自重による圧密現象としてとらえたもので、その際、粒子間の空隙率と透水係数との間に関係式を仮定し、凝集物に作用する有効応力と空隙率との間に実験式を用いた。また、えられた非線形の圧密方程式を用いて実験値を検討し、このモデルの妥当性を調べた。

2. 圧縮沈降過程の基礎式

沈降槽内の流体の過剰間隙水圧 p_e と流速との間に Darcy 則が成立するものとし、凝集粒子に作用する有効応力を p_s 、空隙率を ε 、粒子および流体の密度をそれぞれ ρ_s 、 ρ_f とすると以下の式が成り立つ (図1)

$$q = -\frac{\kappa}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \quad \text{----- (1)} \quad p_f + p_s = \int_0^{z_*} (1-\varepsilon)(\rho_s - \rho_f) g dz_* \quad \text{----- (2)}$$

ここで、 q : 凝集粒子基準の流体の移動速度 (空路)、 κ : 式 (1) で定義される透水係数である。一方、流体および粒子の保存則は、底部から高さ z までの単位面積あたりの粒子固体質量 w (空間座標の z とは式 (5) で関係づけられる) と空隙比 e とを用いて、式 (3) で表わされる。

$$\frac{1}{\rho_s} \frac{\partial e}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial w} = 0 \quad \text{---- (3)} \quad e = \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \quad \text{---- (4)} \quad w = \int_0^z \rho_s (1-\varepsilon) dz \quad \text{---- (5)}$$

透水係数と空隙率との間に Kozeny-Carman の式 (6) を仮定し、凝集粒子の圧縮性に関して、式 (7) で表わされる実験式を用いる。

$$\kappa = \frac{\varepsilon^3}{k(1-\varepsilon)^2} \frac{1}{S_v^2}, \quad (S_v = \phi_s/d_p) \quad \text{----- (6)} \quad \varepsilon = a(\beta + \beta_0)^{-b} \quad (a, b: \text{定数}) \quad \text{---- (7)}$$

S_v : 粒子単位体積あたりの表面積、 ϕ_s : 比表面積形状係数、 d_p : 粒子直径、 k : Carman 定数 (=5.0 を用いた) である。式 (7) は、ふつう $\varepsilon = a\beta^{-b}$ の形で用いられる⁽⁴⁾⁽⁵⁾が、ここでは $\beta \rightarrow 0$ で ε の発散を防ぐために、新しくパラメータ β_0 を導入した。一般に $\beta \gg \beta_0$ である。(β, β_0 の単位は $g \text{ force}$)

式 (3) の左辺第1項は、式 (2), (4), (7) を用いると以下のようになる

$$\left. \frac{\partial e}{\partial t} \right|_w = \left. \frac{de}{d\beta} \frac{\partial \beta}{\partial t} \right|_w = - \left. \frac{de}{d\beta} \frac{\partial \beta}{\partial t} \right|_w = - \frac{1}{(1-\varepsilon)^2} \left. \frac{d\varepsilon}{d\beta} \frac{\partial \beta}{\partial t} \right|_w \quad \text{----- (8)}$$

したがって、式 (1), (5), (6), (8) と式 (3) とを用いて、圧縮沈降の進行にともなう過剰水圧 p_e の変化を表わす式 (9) が導かれる。

$$\frac{\partial p_e}{\partial t} = - \frac{(1-\varepsilon)^2 S_v^2}{d\varepsilon/d\beta} \frac{\partial}{\partial w} \left(- \frac{\varepsilon^3}{\mu k (1-\varepsilon)^2} \frac{1}{S_v^2} \frac{\partial p}{\partial w} \right) \quad \text{----- (9)}$$

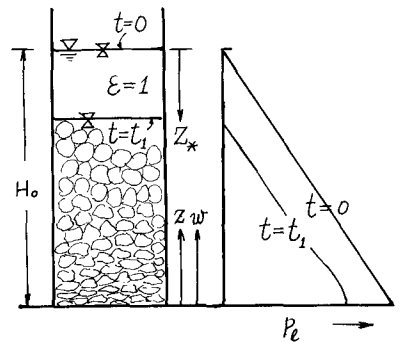


図1 座標系

式(9), (7)を無次元化して整理すると以下になる。

$$\frac{\partial \bar{p}_e}{\partial \bar{t}} = - \frac{(1-\varepsilon)^2}{d\varepsilon/d\bar{p}_s} \frac{\partial}{\partial \bar{w}} \left(\frac{\varepsilon^3}{1-\varepsilon} \frac{\partial \bar{p}_e}{\partial \bar{w}} \right) \quad \text{-----}(9')$$

$$\varepsilon = \varepsilon_* (\bar{p}_s + \bar{p}_{s0})^{-b} \quad \text{-----}(7')$$

($\varepsilon_* = a \cdot p_0^{-b}$)

$$\left. \begin{aligned} \text{ここで } \bar{p}_e &= p_e/p_0, \quad \bar{p}_s = p_s/p_0 \\ \bar{t} &= t/\{H_0 \cdot 2k(1-\varepsilon_0)/v_s\} \\ \bar{w} &= w/w_0, \quad \bar{p}_{s0} = p_{s0}/p_0 \end{aligned} \right\} \text{-----}(10)$$

$$\left. \begin{aligned} p_0 &= (p_s - p_e)(1-\varepsilon_0)gH_0 \\ w_0 &= (1-\varepsilon_0)p_s \cdot H_0 \\ v_s &= (p_s - p_e)d_p^2 g / (18 \cdot \mu) \end{aligned} \right\} \text{-----}(11)$$

H_0 および ε_0 は $t=0$ における界面高さ (圧密開始高さ) と空隙率である。このときの初期および境界条件は
I.C.: $\bar{p}_e = 1 - \bar{w} - \bar{p}_e$, ($\bar{t}=0, 0 \leq \bar{w} \leq 1$) -----(12) B.C.: $\partial \bar{p}_e / \partial \bar{w} = 0$, ($\bar{t} > 0, \bar{w} = 0$); $\bar{p}_e = 0$, ($\bar{t} > 0, \bar{w} = 1$) -----(13)

となる。 $\bar{p}_e$ は $\varepsilon = \varepsilon_0$ に対応する有効応力である。以上のことから、現象は式(9')の放物形偏微分方程式で表わされ、パラメータ ε_* , b , $\bar{p}_e$, $\bar{p}_{s0}$ によって特徴づけられる。

以上の取扱いと類似の手法は、より簡略化した形で、圧縮沈降、加圧脱水、圧搾等の操作にも利用されているが、ここでは、直接(9')式を用いて現象を解析した。

3. 実験及び数値解

式(9')の妥当性を調べるため圧縮沈降実験を行ない、計算値と比較した。工業用カオリン ($p_s = 2.65$, $d_p = 1 \mu$) の懸濁液を作り、内径7cmの沈降管を用いて、圧縮沈降過程を調べた ($\varepsilon_0 = 0.85$)。初期沈降高さを種々変化させたときの沈降平衡状態から、式(7)のパラメータ a , b , p_{s0} を求めた。(図2, 3)

えられたパラメータの値を用いて式(9')で計算した値と実験の圧縮沈降過程を比較した。(図4) このときの数値計算には下の差分スキームによる陽解法を利用した。

$$\begin{aligned} \bar{p}_{e,i}^{j+1} &= \bar{p}_{e,i}^{j+1} + \frac{2\Delta \bar{t}}{\Delta \bar{w}^2} F_1(\bar{p}_{e,i}^j) \left\{ F_2 \left(\frac{\bar{p}_{e,i}^j + \bar{p}_{e,i+1}^j}{2} \right) \cdot (\bar{p}_{e,i+1}^j - \bar{p}_{e,i}^j) \right. \\ &\quad \left. - F_2 \left(\frac{\bar{p}_{e,i}^j + \bar{p}_{e,i-1}^j}{2} \right) \cdot (\bar{p}_{e,i}^j - \bar{p}_{e,i-1}^j) \right\} \end{aligned}$$

i, j はそれぞれ $\bar{w}$, $\bar{t}$ 方向の添字, F_1, F_2 は(9')の非線形項に対応する。図4でも比較的大きい部分で、実験値と計算値との差が生じているが、これは式(6)を仮定したためと考えられる。図5は最終圧密高さ H_{∞}/H_0 と ε_* , b との関係を示したもので、 ε_* の減少や b の増大につれての H_{∞}/H_0 の減少の様子を知ることができる。

参考文献

- 1) P. Kos and D.D. Adrian: PASCE, vol.101, No.EE.6, (1975), p.947
- 2) 栗谷, 楠田, 古閑: 加圧沈降工学研究討論会論議, (1976), p.142
- 3) 穂積河野: 水道協会雑誌, 520号, (1978) p.33
- 4) 天木, 山崎: 化学工学, 35巻, 2号, (1960), p.81
- 5) 日戸, 村瀬, 加藤, 深谷: 化学工学, 33巻, 1号, (1967), p.125

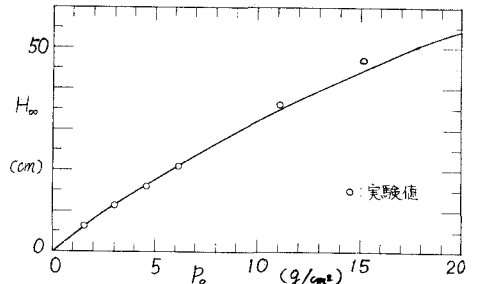


図2 最終沈降高さ(H_{∞})と p_0 との関係

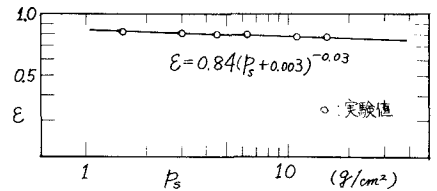


図3 ε_0 と p_0 との関係

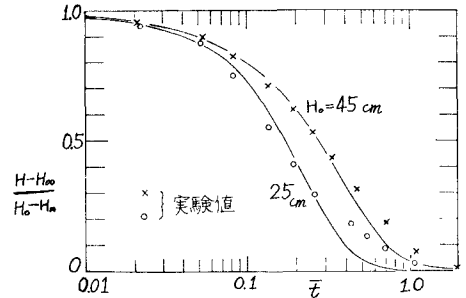


図4 圧縮沈降過程

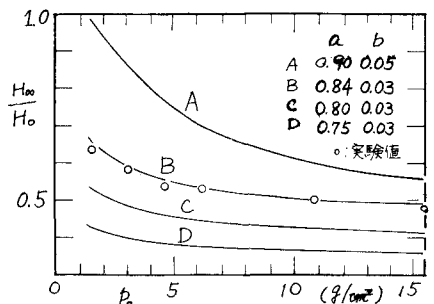


図5 H_{∞}/H_0 と p_0 との関係