

北海道大学工学部
同

正員 高桑哲男
正員 寺町和宏

1. まえがき 濃縮タンクなど高濃度懸濁液の処理装置を設計する場合、回分式界面沈降実験の結果を Kynch 理論によって解析し、これを実装置へ適用するという方法が多用されている。本研究では本理論が成立するかどうかについて、実験と数値計算の両面から検討した。

2. Kynch 理論 沈降筒内の深さ z (cm) における濃度を C (g/l)、沈降速度を W (cm/min) とし、粒子の沈降のみが濃度変化に寄与すると考えたときの物質収支式は

$$\partial C / \partial t + \partial (WC) / \partial z = 0 \quad (1)$$

となり、ここで W が局所濃度 C (z) のみの関数として

$$W = f(C) \quad (2)$$

と表わされると仮定すると、式 (1) は

$$\partial C / \partial t - V(C) \cdot \partial C / \partial z = 0 \quad (3)$$

と変形される。ここに、

$$V(C) = -W - C \cdot dW/dC \quad (4)$$

は、 $C \geq C_0$ (C_0 は初期濃度) の層が時刻 $t=0$ に底部を出發して上方に移動するとその速度を表わす。また、時刻 t (min)、高さ H' (cm) における界面の沈降速度は、界面沈降曲線の点 (t, H') で引いた接線の傾きから

$$W = (H' - H) / t \quad (5)$$

と得られ、この界面における濃度 C は初期濃度 C_0 、初期界面高 H_0 によって次のように表わされる。

$$C = C_0 H_0 / H' \quad (6)$$

ただし、 H' は接線と H 軸との交点である。

3. 実験 実験には市販のカオリンをジャー・テスターで凝集処理 (ALT 比 1:25) して得られた濃度範囲 2.5 ~ 9.5 g/l

のスラリーを用い、内径 5.0, 9.5 cm のガラスシンダーによる回分式沈降実験によって界面沈降曲線を求めた。水温は $18 \pm 1^\circ \text{C}$ であった。なお、初期濃度に応じて 0.2 ~ 12 min の初期遅滞が認められたので、数値計算結果と比較するための沈降曲線には、等速沈降区間を初期界面高まで外挿し、時間軸を目盛り直したものを使用した (図 1)。

4. 数値計算法 式 (1) の数値計算には Lax-Wendroff 法を使用した。このとき時刻 $(j+1)\Delta t$ 、深さ $z\Delta z$ における濃度 C_{j+1}^{z+1} は、質量フラックスを $F = WC$ とおくと、次のように表現される。

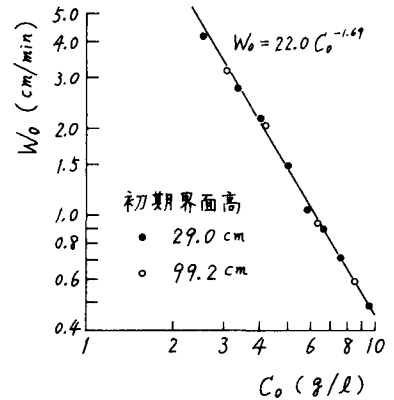


図1 初期濃度と沈降速度

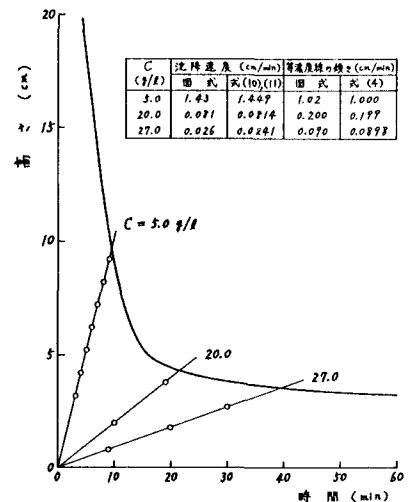


図2 等濃度線

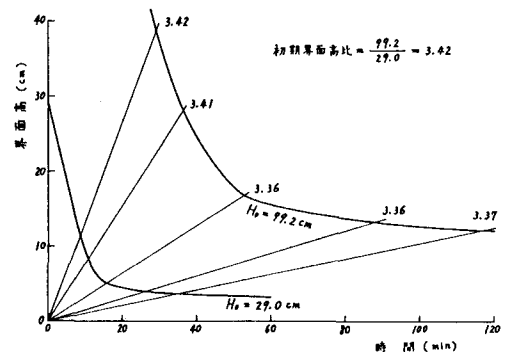


図3 Work-Kohler の関係

$$C_i^{j+1} = C_i^j - \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta t}{\Delta z} \right) (F_{i+1}^j - F_{i-1}^j) + \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta t}{\Delta z} \right)^2 \{ V_{i+1/2}^j (F_{i+1}^j - F_i^j) - V_{i-1/2}^j (F_i^j - F_{i-1}^j) \} \quad (7)$$

初期条件, 境界条件および沈降速度式は次のごとくであり, また $\Delta t = 0.05 \text{ min}$, $\Delta z = 0.2 \text{ cm}$ とした。

$$C_i^0 = C_0 \quad (i=1, 2, \dots, M+1) \quad (8), \quad C_{M+1}^j = C_\infty \quad (j=1, 2, \dots) \quad (9)$$

$$W = K \cdot C^n \quad (C_0 \leq C \leq C_N) \quad (10), \quad W = K \cdot C_N^n \{ (C_\infty - C) / (C_\infty - C_N) \}^{-n(C_N - C_N)/C_N} \quad (C_N \leq C \leq C_\infty) \quad (11)$$

上式で $C_0 = 4.022$, $C_N = 10$, $C_\infty = 500$, $K = 22.0$, $n = -1.69$ とおいたときの計算結果は図2に示すごとくであり, 式(4)と式(6)の成立が認められる。また図3は, $H_0 = 29.0$, 99.2 cm の場合について Work-Kohler の関係が成立するかどうかを調べたものである。

5. 実験結果との比較

(i) 式(2)として等速沈降速度を用いた場合: 図1の関係と式(11) ($C_N = 10$, $C_\infty = 500$) により, 濃度と沈降速度の関係を表現したときの結果は図4のようであり, 実験結果よりも現象の進行が早い。

(ii) 式(2)として式(5), (6)の関係を利用した場合: 実験より得られた界面沈降曲線に式(5), (6)を適用して濃度と沈降速度の関係を求め, これから式(10), (11)の K , n , C_N を定めて数値計算した結果は図5のごとくであり, 計算値と実験値はほぼ等しくなる。

(iii) 初期濃度が異なる場合への外挿: 前記(ii)で求めた $C_0 = 4.022 \text{ g/l}$ の場合についての濃度と沈降速度の関係を求め, これを $C_0 = 2.528$, 9.488 g/l の場合へ外挿すると図6のごとくである。

(iv) 初期界面高が異なる場合への外挿: $C_0 = 3.062 \text{ g/l}$ の場合について, 図7 計算値と実験値の比較(iv) 初期界面高 $H_0 = 29.0 \text{ cm}$ のときの界面沈降曲線から前記(ii)の方法で得られた濃度と沈降速度の関係をを用いて $H_0 = 99.2 \text{ cm}$ の場合を計算してみると図7のごとくである。

6. 結 論

Kynch 理論の式(5), (6) から得られる濃度と沈降速度の関係をを用いると, これと同じ条件下では計算値と実験値を合わせることができる。しかし, これを初期濃度ないしは初期界面高が異なる場合へ外挿するのは無理なようである。このことは, 図8に示すように, 同一濃度に対しても沈降速度が異なるために式(2)の仮定が満足されないためと考えられる。沈降速度が局所濃度のみならず, 内部の濃度分布などにも依存するとして, たとえば式(1)に拡散項を導入して解析すべきではなかろうか。

[謝辞] 本研究の実験・解析には石川 天氏(現岩手県庁)のご協力を頂いた。また数値計算には北海道大学大型計算機センターのFACOM 230-75を利用した。ここに記して謝意を表する。

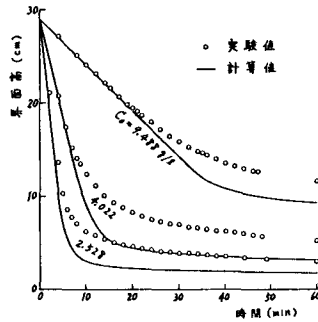


図4 計算値と実験値の比較(i)

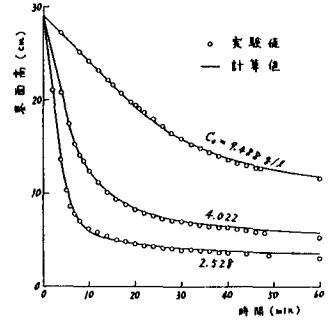


図5 計算値と実験値の比較(ii)

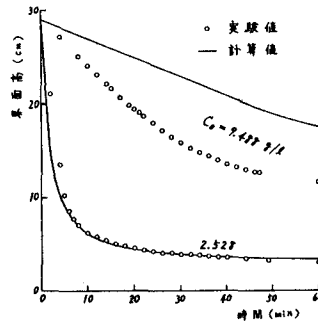


図6 計算値と実験値の比較(iii)

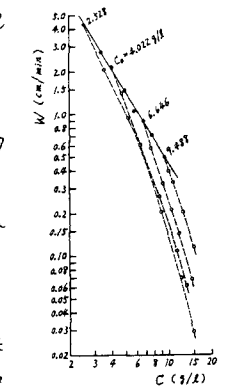
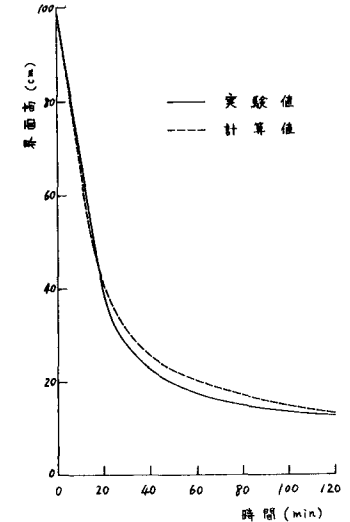


図8 濃度と沈降速度