II-176 沈澱池流出水の濃度予測について

大阪大学基礎工学部 正会員 芝 定孝

1. はじめに　沈澱池流出水濃度の時間的変化は、流入水濃度と流入水流量との時間的変化を知れば、適当な沈澱池モデルと予測方法とを組合せることによって、予測することが可能である。そのモデルが内部記述形式で与えられた場合には入出力の因果関係の見通しが得やすいという長所を有する。しかし、内部記述形式のモデル（いわゆる物理モデル）自身の組立ては容易でない場合が多い。これに対し、入出力関係のみで規定される外部記述形式で与えられたブラック・ボックス・モデルは組立てが容易で出力（沈澱池流出水濃度）の予測のみを目的とする場合には簡便なモデルと言えよう。前回は、流出水濃度すなわち出力が流入水流量と流入水濃度の２種類の入力時系列データの一次結合で記述されるものと仮定した外部記述形式のモデルと最小自乗予測との組合せで流出水濃度の予測を試みた。今回も、外部記述形式によるモデルを用いて流出水濃度の予測を行なったが、出力を流入水濃度、流入水流量および流出水濃度の３種類の入出力時系列データの一次結合で記述している点が前回と異なる。数値計算のアルゴリズムは再帰関係で示したが一部を除いて前回と同様である。これらの予測結果を検討した結果、簡単な外部記述形式のモデルでも流出水濃度の予測という要求はある程度満足し得ることが明かにされた。しかし、外部記述形式のモデルは物理的因果関係に基づいていない以上、物理的には無意味な予測結果を与える危険性をはらんでいる。このような危険性については一般にも指摘されているが、事実、今回行なった流出水濃度の予測においても、物理的に無意味な予測結果（流出水濃度の予測値が負の値をとる）も得られた。

2. 流出水濃度予測の為の沈澱池モデル　沈澱池への入力時系列データ $\{u_k\}$ と出力時系列データ $\{y_k\}$ とが次の Eq.(1) のような一次結合による外部記述形式で与えられるものとする。ただし、u_k は流入水濃度 C_{IN} と流入水流量 Q_{IN} とからなる入力ベクトル、y_k は流出水濃度 C_{OB} である。Eq.(1) の左辺はいわゆる自己回帰に

$$\{1+A(z^{-1})\}\,y_k = B(z^{-1})\cdot u_k \quad\text{(1)},\qquad A(z^{-1})=\sum_{i=1}^{n} a_i z^{-i}\quad\text{(2)},\qquad B(z^{-1})=\sum_{i=1}^{n} \mathbb{b}_i^T z^{-i}\quad\text{(3)}$$

相当し、右辺は移動平均に相当する。$A(z^{-1})$、$B(z^{-1})$ はそれぞれ Eq.(2), (3) で与えられ、z^{-1} は遅延要素である。

3. 予測式の誘導　本予測法は沈澱池における入出力測定値を Eq.(1) のモデルに代入した際の方程式誤差を変数とする汎関数を評価関数としている。この評価関数に基づきモデルパラメータを各時刻ごとに最小自乗推定し、流出水濃度を繰り返し予測していく。まず、Eq.(2), (3) の a_i と $\mathbb{b}_i$ とで構成されるモデル・パラメータ・ベク

$$\phi=(a_1,a_2,\cdots,a_n,\mathbb{b}_1^T,\mathbb{b}_2^T,\cdots,\mathbb{b}_n^T)\quad\text{(4)},\qquad \hat{\phi}=(\hat{a}_1,\hat{a}_2,\cdots,\hat{a}_n,\hat{\mathbb{b}}_1^T,\hat{\mathbb{b}}_2^T,\cdots,\hat{\mathbb{b}}_n^T)\quad\text{(5)}$$

トル ϕ とその推定値 $\hat{\phi}$ とを Eq.(4), (5) のように定義する。このとき Eq.(1) の方程式誤差 e_k は Eq.(6) で与えられ

$$e_k=\Big(1+\sum_{i=1}^{n}\hat{a}_i z^{-i}\Big)\cdot y_k-\Big(\sum_{i=1}^{n}\hat{\mathbb{b}}_i^T z^{-i}\Big)\cdot u_k \quad\text{(6)}$$

る。また、Regression Matrix を Eq.(7) のように、$\bar{e}_N$、$\bar{y}_N$ を Eq.(8), (9) のように定差すれば、Eq.(6) より誤

$$W(y,u)=\left(\begin{array}{cccc|cccc} -y_n, & -y_{n-1}, & \cdots, & -y_1 & u_n^T, & u_{n-1}^T, & \cdots, & u_1^T \\ -y_{n+1}, & -y_n, & \cdots, & -y_2 & u_{n+1}^T, & u_n^T, & \cdots, & u_2^T \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ -y_{N-1}, & -y_{N-2}, & \cdots, & -y_{N-n} & u_{N-1}^T & u_{N-2}^T, & \cdots, & u_{N-n} \end{array}\right)\quad\text{(7)}$$

$$\bar{e}_N=(e_{n+1},e_{n+2},\cdots,e_N)^T\quad\text{(8)}$$

$$\bar{y}_N=(y_{n+1},y_{n+2},\cdots,y_N)^T\quad\text{(9)}$$

差ベクトルは次の Eq.(10) のように与えられる。従って、最小自乗推定に基づいてパラメータ ϕ の推定値 $\hat{\phi}$ を求め

るとすれば、評価関数 J_N は Eq.(11) のように定められる。J_N を最小とする $\hat{\phi}_N$ は $\partial J_N/\partial \hat{\phi}_N = 0$ より Eq.(12) の

$$\bar{e}_N = \bar{y}_N - W_N(y, u)\hat{\phi} \cdots\cdots(10), \qquad J_N = \|\bar{e}_N\|^2 = \|\bar{y}_N - W_N(y, u)\hat{\phi}_N\|^2 \cdots\cdots(11)$$

$$\hat{\phi}_N = \{W_N(y, u)^T W(y, u)\}^{-1} \cdot W_N(y, u)^T \cdot \bar{y}_N \cdots\cdots(12)$$

ようになる。Eq.(7)より明かなごとく $W_N(y,u)$ の行数は時間の経過とともに次第に増大し、それにつれて計算量も増大する。そこで、Eq.(12)を時刻Nにおける $\hat{\phi}_N$ と時刻N－1における $\hat{\phi}_{N-1}$ との再帰関係に書き改めると Eq.(13) のよう

$$\hat{\phi}_N = \hat{\phi}_{N-1} + S_{N-1}\bar{W}_{N-1}(1+\bar{W}_{N-1}^T S_{N-1}\bar{W}_{N-1})^{-1}(y_N - \bar{W}_{N-1}^T\hat{\phi}_{N-1}) \cdots\cdots(13)$$

になる。ただし、$\bar{W}_{N-1}$, S_{N-1} はそれぞれ Eq.(14), (15) で与えら

$$\bar{W}_{N-1} = (-y_{N-1}, -y_{N-2}, \cdots, -y_{N-n} \mid u_{N-1}^T, u_{N-2}^T, \cdots, u_{N-n}^T) \cdots(14)$$

$$S_{N-1} = \{W_{N-1}(y, u)^T \cdot W_{N-1}(y, u)\}^{-1} \cdots\cdots(15)$$

れる。やはり計算の便の為に S_{N-1} を S_N との再帰関係で表わ

$$S_N = S_{N-1} - S_{N-1}\bar{W}_{N-1}(1+\bar{W}_{N-1}^T S_{N-1}\bar{W}_{N-1})^{-1}\bar{W}_{N-1}^T S_{N-1} \cdots\cdots(16)$$

すと Eq.(16) のようになる。時刻N+1における流出水濃度 y_{N+1}

$$\hat{y}_{N+1} = \bar{W}_N^T \cdot \hat{\phi}_N \cdots\cdots(17)$$

の予測値 $\hat{y}_{N+1}$ は $\bar{W}_N$ と $\hat{\phi}_N$ とを用いると Eq.(17) で求められる。

Fig. 1

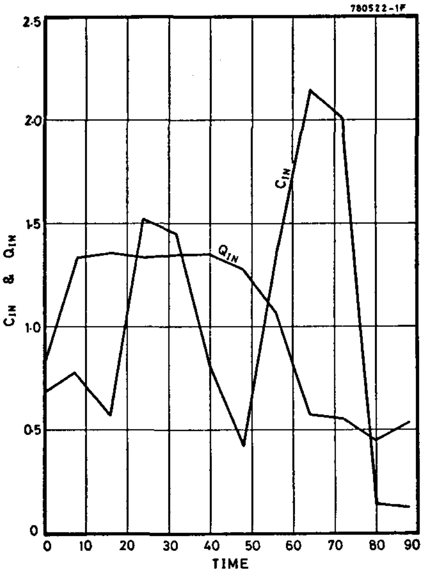
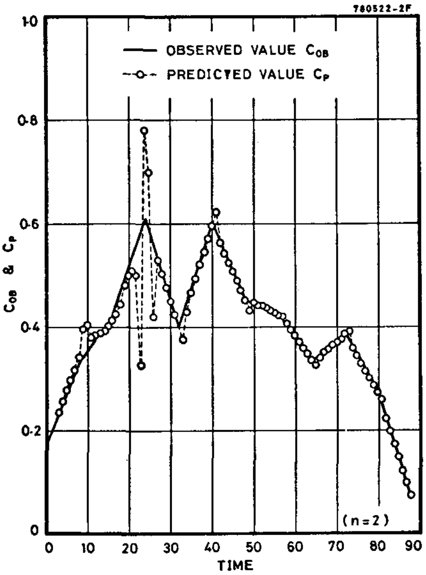


Fig. 2



4．濃度予測の結果の一例

Eq.(1)で与えられる沈澱池モデルと本予測法とを組合せて流出水濃度の予測を行なった。使用データは京都市のB下水処理場の最初沈澱池で夏季に測定されたものである（平均SS除去率 $\eta \fallingdotseq 62\%$，平均Hazen数 $p \fallingdotseq 4$，平均合田数 $k \fallingdotseq 0.6$）。流入水濃度 C_{IN}，流入水流量 Q_{IN} を Fig.1 に，流出水濃度 C_{OB} を Fig.2 に示す。また、流出水濃度の予測値 C_P は Fig.2 に○印で示されている。図の予測結果はモデル次数が２（$n=2$）の場合である。$n=1, 2, \cdots, 10$ の各場合について本予測法を試みたが、$n=5, 6, \cdots, 10$ の各々の流出水濃度の予測値の一部に負の値が出現している。相対予測誤差（$=|C_{OB}-C_P|/C_{OB}$）の平均値は $n=2$ の場合 3.56×10^{-2} で，n を大きくしても予測誤差は必ずしも減少しない。内部記述形式のモデルと外部記述形式のモデルについて沈澱池流出水濃度の予測を試みてきたが、その結果いずれの記述形式でも予測そのものは可能であると言えよう。外部記述形式のモデルでは無意味な予測結果を得る危険性のある事も明かにされた。なお，本研究は文部省科学研究費補助金（代表者：九州大学上田年比古教授「処理水水質および発生汚泥の処理性からみた浄水プロセスの管理指標に関する研究」）によって行なったものである。