II-147　水質に関する力学モデルと水質シミュレーションとの関連

国立公害研究所　正員　村岡浩爾

はじめに　水質予測は対象とする水域の時・空間にふさわしい数学モデルと予測技術が必要である。予測技術としての数値計算は，その精度に注意が払われるのは当然であるが，同時に時空間のスケールに対して適切な現象が解の中に表現されているかどうかの検討も必要である。このことは，河川の水質管理においても同様で，この場合は次のように問題点が要約される。(i) 河道の水質調査地点の区間Xに対して，適切なサンプリング時間Tはどうあるべきか，(ii) 設定されたX，Tにおいて，縦拡散（分散）現象，物質の沈降現象などが，その管理体制にどの程度寄与しているか。

1. 河川水質調査の現状　昭和51年度の実績で，[1)] 全国1級河川109水系 924 個所で水質調査（20項目程度）がなされた。総延長 89,700 Km に対し，平均区間長は約 97 Km となるが，実際には幹線流路が対象となるため，関東地方の代表河川については観測区間 X = 10～25 km となる。観測周期Tは月1～4回程度が多いが，自動水質管理による連続観測も行われている。

2. 移流分散現象（保存物質）について

基礎方程式：
$$\frac{\partial c}{\partial t}+U\frac{\partial c}{\partial x}=D\frac{\partial^2 c}{\partial x^2},\ (U>0) \qquad (1)$$

Tの前後の濃度差 $\Delta_t C$，Xの両端の濃度差 $\Delta_x C$ として，(1)式を T, X, $\Delta_t C$, $\Delta_x C$ を用いて近似すると

$$1+\alpha(F-G)=0 \qquad (2)$$

ここに
$$\alpha=-\frac{\Delta_x C}{\Delta_t C},\quad F=\frac{UT}{X},\quad G=\frac{DT}{X^2} \qquad (3)$$

これより
$$\alpha=1/(F-G) \qquad (4)$$

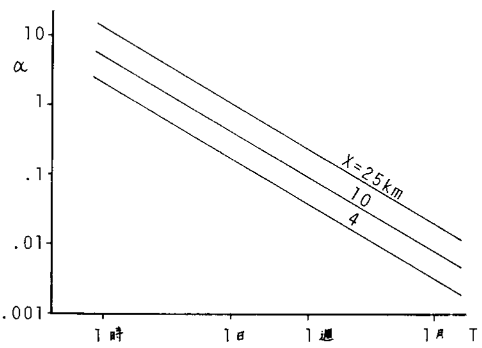

図-1　αとTの関係（移流分散現象）

このαを観測時間間隔Tについて示したのが図-1である。この計算に採用したU，Dの値は以下の考えにもとづく推定値である。先ず，平均流速Uは水質管理の一般的立場から平水時を対象として U = 0.5 m/sec と考える。分散係数Dは，一般に $D=k\,U_* H$ と表現でき，kの値はElderの純2次元流では約6，米国の河川，運河の実測では1,000近くまでの種々の値をとる。日本の河川での実測がなく，想定のしようがないが，その規模，形状を勘案して k = 25～200 と考えてみよう。また，等流近似によりManning平均流速公式を用い，

$$D=k\cdot k'\cdot U,\qquad ここに\ k'=n\sqrt{g}\,H^{\frac{5}{6}} \qquad (5)$$

と表現して，粗度係数 n = 0.02～0.04，水深 H = 2 m とすると，k' = 0.1～0.2 m となり，分散係数は D = 1.25～20 m²/sec と推定できる。計算では F ≫ G と判るので，Dの効果は直接図上の結果に現われない。この点については次項で検討する。

(2)式を誘導する過程は，Δt, Δx を用いた差分方程式の誘導と類似である。explicit scheme では，多くの場合，F, G に対し計算安定の条件から制約が加わる。T, X を設定した水質管理では，直接差分方程式と関係はないが，与えられたX区間で，T毎に順次水質を観測することは，explicit scheme と同じ手順である。従って，F ≦ 1，G ≦ 1/2 の条件を適用すると，(4)式には α ≧ 2 という条件が加わる。もともと，厳密な値が与えられるものでないが，この考察をもとにすれば，図-1より X = 10～25 km では，観測時間間隔Tが1ヶ月，1週間であるような水質観測は無意味であって，少くともTは1日以内，あるいは数時間程度であることが必要である。

3. 水質管理下での拡散現象の役割　(1)式において拡散項に対する移流項の比はペクレ数：Pe と定義される。近似式(2)では，Pe 数は F/G で表わされ，(2)式より

$$Pe = \frac{1}{\alpha G} + 1 \qquad (6)$$

この関係式は図-2に示すように，Pe数は1より大きく，αGが小さくなると急増する。U, Dの値として前項で述べた値を用いると，

$$\begin{cases} X = 25\ \mathrm{Km} \text{ の場合，} & Pe\text{数} = 625 \sim 10{,}000 \\ X = 10\ \mathrm{Km} \text{ の場合，} & Pe\text{数} = 250 \sim 4{,}000 \end{cases}$$

と異常に大きく，移流項に対し拡散項は意味のないものとなる。このことは，Xが大きくなる程，分散の効果が現われるのでないかという点で一見矛盾のようであるが，Xが有限距離として設定された時点でサンプリングによる水質変動の期待される波数特性が決ってしまう。

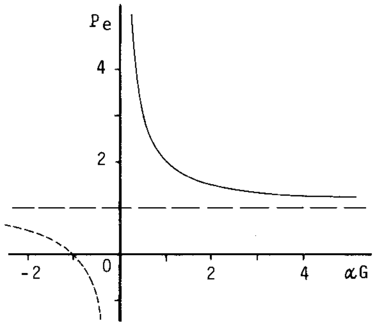

図-2　ペクレ数のとる値

差分モデルでは，Δxによるfilter効果により，限界波数 $k_c = \pi/\Delta x$ より大きな波数の波は計算によって伝達されない。すなわち，Xと同等かそれ以下の波長の濃度cloudは，区間Xでの水質管理下においては対象とする所でない。Xの区間で，濃度が単調増加か単調減少かの状態を扱うこととなるので，この場合には分散現象はそれ程意味を持たないことになる。例えば，下水処理排水のある用水型河川では，1日周期の水質変動が期待されるから，Tは数時間にとれば妥当である。しかしその観測で異常値が発見されても，それは単なる偶然値であって次の観測地点でチェックされる保証はない。

4. 沈降を伴なう移流分散現象（非保存物質）について

基礎式：
$$\frac{\partial c}{\partial t} + u\frac{\partial c}{\partial x} - \omega_g\frac{\partial c}{\partial z} = \varepsilon_x\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \varepsilon_z\frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \qquad (7)$$

は，沈殿槽などx-z面の現象を表わすが，河川流では

$$\frac{\partial c}{\partial t} + U\frac{\partial c}{\partial x} = D\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - Kc \qquad (8)$$

のごとく(7)式を1次元化する。[2)] cは沈降性物質の水中濃度で，Kについては種々議論のある所だが，[3)] 多かれ少なかれ，

$$K = \sigma\,(1 - U_*/U_{*c}), \quad \text{for } U_* \leqq U_{*c} \qquad (9)$$

の形に表現できる。その最大値は，$K = \sigma = 2.35 \times 10^{-4}\ \mathrm{sec^{-1}}$ 程度であろう。[4)] $\beta = \Delta_t c/c$，および(3)式の記号で，(9)式は

$$1 - \alpha F + \alpha G + \frac{1}{\beta}KT = 0 \qquad (10)$$

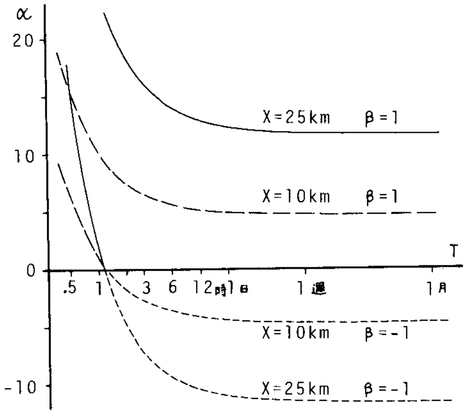

図-3　αとTの関係（沈降現象）

これより
$$\alpha = \frac{1 + \frac{1}{\beta}KT}{F - G} \qquad (11)$$

βの値は，濃度の増加時では$\beta > 0$，減少時では$\beta < 0$で，一般に$|\beta| < 1$である。仮に$\beta = \pm 1$としてαを計算すれば図-3のごとくである。$\beta = -1$のとき（沈降現象が卓越して濃度の減少が著しいとき），$\alpha < 0$となり，観測周期Tの間で（もしくは区間Xの中で）短周期成分の濃度波が異常に発生しているとみられ，水質管理上，適切な観測方法とは云えない。すなわち，$\alpha > 0$であることも一つの条件である。また，2.で述べた$\alpha \geqq 2$の条件も合わせて考えると，図-3を参照して，沈降現象を伴なうときはTは1時間あるいはそれ以下で観測する必要があり，2.で扱った移流分散現象の観測より厳しい条件となる。

なお，(8)式はBOD追跡（脱酸素係数 $K \fallingdotseq 1.16 \times 10^{-6}\ \mathrm{sec^{-1}}$），DO追跡（再ばっき係数 $K \fallingdotseq 1.16 \times 10^{-6}\ \mathrm{sec^{-1}}$）の場合と同形で，これらの観測方法についても同様の考え方ができる。

（参考文献） 1) 日本河川水質年鑑 1977.　2) 石原藤次郎編：水工水理学．　3) C. R. Ariathurai: Ph.D. Thesis of Univ. of Cal., Davis, 1974.　4) 村岡浩爾：土木学会 夏季研修会 A-3，1974.