

東都大学防災研究所 正員 ○下島柴一・石原守雄
日本工営 K.K. 正員 古谷博司

1. まえがき

下端が閉塞された有限の單一層に雨水が湛水浸透するとき、浸透が進むにつれ間隙空気は浸透水と自由に交換されず(これを“閉塞浸透”といい、そうでない場合を“開放浸透”といふ)、浸透面より空気が間歇的に放出される。この様ないわば不連続現象をそのまま解析することは難しいので、土壤水及び間隙空気の挙動を平均的に行ひ、この事象を連続現象として取扱えるが、また、この地下水と空気の運動機構との様子を考えればよいかを水分の分布形の変化過程に注目して検討する。

2. 実験結果の概要

図-1に示す3種類の乾燥状態の砂と底部を密閉した円筒に一様に各3種に充填して单層砂柱を作り湛水浸透実験を行ったが、その概要是次

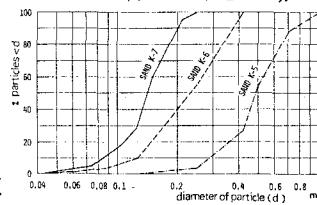


図-1. 粒度分布

の様である。即ち、浸透が進行するにつれて、① wetting front はほぼ一定の水分分布形を保ち、かつほぼ一定の速度(v_w)で立ち止まらずに後退し、従つて

wetting front の水分の最大値(θ_m)もほぼ一定に保持される。②こうした状態での浸透強度はほぼ一定となる。③また、円筒下端での空気圧の時間的変化割合もほぼ一定かつ正符号である。次に水分分布形は④砂層表面付近に於て、水分の非常に大きな領域(これを擬似飽和領域といふ)と、それと統く遷移的領域の下部に水分量は比較的小少ながらほぼ一様な領域とが連なる。図-2(参照)。

3. 不飽和領域の解析 wetting front 近傍に於ける浸透機構は、水及び空気とも Muskat の意味での拡張され Darcy 則にはほぼ従う(即ち、Darcy 則を用いて実験事実③は①より説明できる)ことが判つたので、この Darcy 則が不飽和領域全体にわたり成立するものとし、また、実験事実④で述べた擬似飽和領域については別途に考証するとして、以下ではやれに連なる不飽和領域と対象にして解析を行う。

a. 基本式: 浸透場にヒステリシス効果がないとして、水及び空気の Darcy 則と連続式よりやれ式(1),(2)が求まる。 $\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{K_0}{D} [\theta_w - \theta] - K_0 (1 - \frac{\theta}{\theta_w}) \quad \dots (1)$, $\frac{\partial P_w}{\partial t} = \frac{K_0}{D} [\theta_w k_a (P_w - P_{w0})] \quad \dots (2)$

$= 1$: D : 体積含水比, K_0 : 不飽和透水係数, k_a : 透気係数, P_w : 空気水の密度, P_{w0} : 水の拡散係数, P_0 : 大気圧, P_w からの增加空気圧, θ_w : 饱和体積含水比, t : 時間, x : 重力方向と正とする砂層表面からの距離。

さらには、空気は等温変化をし、理想気体であるとすれば状態方程式(3)が成立する。

$$P_a = C \cdot (P_0 + p_a) = C P_a \quad \dots (3) \quad z = 1, \quad C: \text{定数}, \quad P_a = P_0 + p_a$$

よつて、擬似飽和領域の下端の座標を $X_1(t)$ 、その面を通過する浸透水量を $M(t)$ とすると、初期条件及び境界条件はやれ式(4)及び(5)~(8)で表わされる。なお、砂層下端の座標を L とする。

$$\text{初期条件: } t=0 \Rightarrow \theta(x)=\theta_0 \neq 0 \quad \dots (4)$$

$$\text{境界条件: } x=X_1(t) \Rightarrow \theta=X_1(t) = \text{const.} \quad \dots (5), \quad [D \frac{\partial \theta}{\partial x} - K_0 (1 - \frac{\theta}{\theta_w})]_{x=X_1} = M(t) \quad \dots (6)$$

$$x=L \Rightarrow [D \frac{\partial \theta}{\partial x} - K_0 (1 - \frac{\theta}{\theta_w})]_{x=L} = 0 \quad \dots (7), \quad [K_0 (\frac{\partial \theta}{\partial x} - \frac{P_w}{P_{w0}})]_{x=L} = 0 \quad \dots (8)$$

と $= 3$ で、式(3)を式(2)に代入してその上式(1)より p_a を消去した後、 P_a と式(9)の様に分離できることと式(10)が求まる。 $P_a(x,t) = P_0(t) + A \theta(t)$ $\dots (9)$, $\frac{\partial P_0}{\partial t} = \frac{K_0}{D} [\theta_w - K_0 (1 - \frac{\theta}{\theta_w})] + P_a k_a (\frac{P_w}{P_{w0}} - \frac{P_a}{P_{w0}}) \equiv (P_0 - \theta) \frac{\partial P_a}{\partial t} \quad \dots (10)$

さらには、式(10)を t を固定して $x = L$ と $x = X_1(t)$ と $x = 0$ と $x = L$ 間に積分して条件式(7)(8)及び式(9)を考慮すると式(11)が得られる。

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = - D \frac{\partial P_a}{\partial x} / K_0 + A (1 - \epsilon) + (1 - A) \frac{P_w}{P_{w0}} \quad \dots (11), \quad = 1, \quad A(t) = K_0 / (K_0 + k_a) \quad \dots (12) \quad \epsilon = \int_x^{L-t} \frac{\partial P_a}{\partial t} dx / K_0 P_a \quad \dots (13)$$

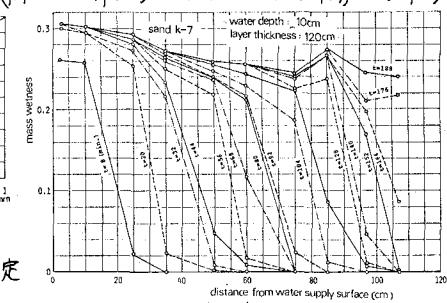


図-2. 水分分布の時間的変化

以下では、基本式(1)(2)(3)に於ける近似的式(4)(5)を用いて解析の便利のため、独立変数 t (θ, t)を変換して式(4), (5)を用いる。

$$-\frac{\partial X}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \theta} [D(\theta) \frac{\partial X}{\partial \theta} - K(1-A) \frac{\partial X}{\partial \theta}] \quad \dots \quad (4), \quad \frac{\partial \theta}{\partial t} = -A/D + A(1-E) + (1-A) \frac{P_0}{P_w} \quad \dots \quad (5)$$

b. 近似解: ここで用いる解法は、開放浸透土対象として開発されたParlangeの手法の拡張である。即ち、まずParlange式は、2式(4)に注目し、 M と $\frac{\partial M}{\partial t}$ を含む形で X の関係を求め、 $\theta = \theta_t = \frac{\partial \theta}{\partial t}$ を式(5)に代入して、例えば後述の式(6)の様な水分分布 $X(\theta, \theta_t, M)$ を求めるところである。 $\theta = \theta_t$ はオーバー次近似解(式(6),(7))のみを示すが、詳細は参考文献3), 4)を参照されたい。

$$X = X_1 - \int_{\theta}^{\theta_t} \frac{\theta_t D(1-A) d\theta}{K(1-A) - \theta \frac{\partial X}{\partial \theta} + (M + \theta \frac{\partial X}{\partial \theta}) I} \quad \dots \quad (6), \quad -\frac{dM}{dt} = \frac{M + \theta_t \frac{\partial X}{\partial \theta} + \theta_t \frac{\partial X}{\partial \theta} \left[\frac{\theta_t D(1-A)}{I} \left(\frac{B_1(\theta)}{B_2(\theta)} - \frac{\theta_t}{\theta} \right) \right]}{\int_{\theta}^{\theta_t} \frac{\theta_t D(1-A)}{I} \left(\frac{B_1(\theta)}{B_2(\theta)} + 2(M + \theta \frac{\partial X}{\partial \theta}) \frac{B_2(\theta)}{B_1(\theta)} - \frac{(B_1(\theta) - B_2(\theta))}{B_1(\theta) B_2(\theta)} \right) d\theta} \quad \dots \quad (7)$$

$$\theta = \theta_t, \quad I = \int_0^{\theta} \theta \frac{\partial X}{\partial \theta} W_2 d\theta / \int_0^{\theta} \theta W_2 d\theta, \quad W_2 = D(1-A) / [M + K(1-A)]^2, \quad B_2(\theta) = B_2(\theta; M) = \int_0^{\theta} \theta \frac{\partial X}{\partial \theta} W_2 d\theta$$

$$B_2(\theta) = B_2(\theta; M) = \int_0^{\theta} \theta \frac{\partial X}{\partial \theta} W_2 / [M + K(1-A)] d\theta, \quad I = \left[K(1-A) - \theta \frac{\partial X}{\partial \theta} + (M + \theta \frac{\partial X}{\partial \theta}) \frac{B_2(\theta)}{B_1(\theta)} \right]^2$$

式(6)は本来 $E, P_0/P_w$ の項が含まれるが、本実験の範囲ではその項が無視出来る。一方、式(7)は式(6)が水の連続性を満足するための拘束条件となっており、 $\theta = \theta_t$ はParlangeの手法の改良であるCisnerosの方法に従っている。

4. オーバー次近似解の性質及びその解と実験値との比較

近似解に含まれる $A, K(1-A)$ と θ との関係を7ヶ所について調べたものが図-3である。この図より、 $K(1-A)$ は $\theta = \theta_c \approx 0.36$ で最大値をもつことが判る。また、水分分布は $\frac{\partial X}{\partial t} < 0$ の状態にあるので式(1)から浸透強度(H)は、式(8)を満たさなければならない。

$$-M > K(1-A) \quad \dots \quad (8)$$

$\theta = \theta_t, -M$ が減少する場合の水分の伝播特性を調べた。即ち、式(6)を $t \rightarrow$ 偏微分して式(7)を考慮すると、伝播速度は式(9)となる。

$$\frac{\partial X}{\partial t} = \frac{\partial X}{\partial \theta} + \theta_t \frac{\partial^2 X}{\partial \theta^2} \left(\frac{B_1(\theta)}{B_2(\theta)} - \frac{\theta_t}{\theta} \right) d\theta - \left\{ M + \theta_t \frac{\partial X}{\partial \theta} + \theta_t \frac{\partial X}{\partial \theta} \left[\frac{\theta_t D(1-A)}{I} \left(\frac{B_1(\theta)}{B_2(\theta)} - \frac{\theta_t}{\theta} \right) d\theta \right] \right\} \times \frac{\theta_t D(1-A)}{I} \left(\frac{B_1(\theta)}{B_2(\theta)} + 2(M + \theta \frac{\partial X}{\partial \theta}) \frac{B_2(\theta)}{B_1(\theta)} - \frac{(B_1(\theta) - B_2(\theta))}{B_1(\theta) B_2(\theta)} \right) d\theta \dots (9)$$

$\theta = \theta_t$ 本実験で測定された $\frac{\partial X}{\partial t} (= \text{const.})$ の値を式(9)に代入して計算したものが図-4である。この図より大略 $\theta = \theta_c$ を境として θ_t は2つの極限直線に漸近し、wetting front の速度は $9.2 \times 10^{-3} \text{ cm/sec}$ と計算されることが判る。この結果は実験事実①を説明するものであり、 $\theta_c \approx 0.35, \omega_c \approx 8.9 \times 10^{-3} \text{ cm/sec}$ とし、(1)の計算値とのほぼ一致である。

さらに、式中の θ_t は式(1)で $\frac{\partial \theta}{\partial t} = 0$ となる θ の値であり、式(1)と式(2)の関係を満たすものである。

$$\theta < \theta_c; \quad \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\theta_t - \theta}{\theta_c + \theta_t} \frac{dX}{dt} + 2 \frac{\theta_c}{\theta_c + \theta_t} \frac{K(1-A)}{B_*} \rightarrow \theta_t = \theta_c \frac{\partial \theta}{\partial t} \frac{K(1-A)}{B_*} = \frac{K(1-A)}{B_*} \dots (20)_1$$

$$\theta > \theta_c; \quad \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{dX}{dt} \dots (20)_2, \quad -M = (B_* - \theta_c) \frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\theta_c}{B_*} K(1-A) \dots (21)$$

図-5は式(6)は $\frac{\partial X}{\partial t} = \text{const.}$ とし、 $L = M \times 10^3 \times 1 - t$ とし、 $\theta = \theta_t$ で水分分布の変化の様子を示したものである。この図より不飽和領域に於てはほぼ一定のwetting frontが形成されることが判るが、図-2と比較した場合、計算は実験値をよく表現していることが判る。なお、上述の極限状態での水分分布形は式(16)より近似的に求めり、 $\theta < \theta_c$ の場合は式(22)で示される。本実験では $\theta_c = \theta_c, \frac{\partial \theta}{\partial t} = 0, A \ll 1$ と考へるので、式(22)にこの関係を考慮した水分分布形は、すでに報告した実験事実①と¹¹⁾ほぼ全くの条件より導き出せる水分分布形と一致し、かつての計算は実験での水分分布形とはほぼ一致する。

$$X = X_1 - \int_{\theta}^{\theta_t} \frac{\theta_t D(1-A)}{K(1-A) - \theta \frac{\partial X}{\partial \theta} + (M + \theta \frac{\partial X}{\partial \theta}) \theta} \dots (22)$$

<参考文献> 1)石原下島: 深大防災研究報, 1976, 2)石原下島: 土木学会誌, 1978, 3)Parlange: J. Soil Sci. Soil Sci., vol. 11, 1972, 4)石原下島: 深大防災研究報, 1978, 5)Cisneros: Soil Sci., vol. 117, 1974, 6)De West: Flow through porous media, 1986

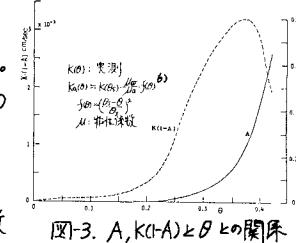


図-3. $A, K(1-A)$ と θ との関係

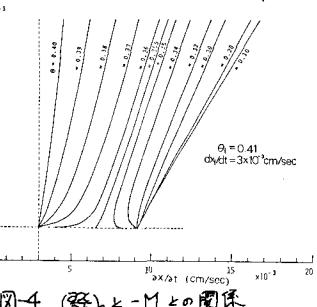


図-4. $(\frac{\partial X}{\partial t})$ と $-M$ との関係

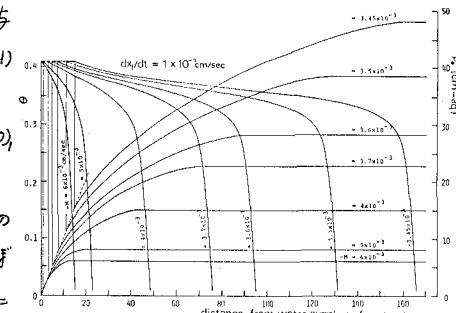


図-5. 計算による水分分布形の変化($K=7$ 秒)