

山梨大学工学部 正 竹内邦良
成均館大学工学部 正 金治弘

1. はじめに 流出計算にユニットハイドログラフを用いる方式は、現在では必ずしも一般的とは言えない。然しながらその基本的仮定である線型性については、その後開発された数多くの非線型モデルの攻勢にもかかわらず、今日でも広く採用されている。これは計算上の便宜を考へた結果ではなく、流出の主要部分を占める地下水流出の線型性を重視する立場からの結論と言うことが出来る。本研究は統計手法である最尤法を用いて非定常ユニットハイドログラフを求め、従来の定常性を仮定したユニットハイドログラフと比較すると共に、流出解析に線型・非定常仮定を用いることの意味を再検討しようとするのである。
2. 方法の概要 ユニットハイドログラフの形状、決定方法については各種提議されているが、ここでは Γ 分布型を基本型として採用する。以下に明らかにできるように基本型として採用するということは Γ 分布型の単位用を用いるということではない。 Γ 分布は形状パラメータを α, β として

$$g(t; \alpha, \beta) = \frac{1}{\Gamma(\alpha+1) \beta^{\alpha+1}} t^{\alpha} e^{-\frac{t}{\beta}} \quad (t \geq 0) \quad (1)$$

によって表わされる。ここで t は流出のおくれ時間であって、 $g(t)$ はある時刻に降った雨が t 時間後に流出する確率密度を表わしているものと考えよう。降雨・流出のおくれ時間が確かに $g(t)$ の分布をしているのであれば、その実現値は $g(t)$ に従って生起しているのだとはおぼろげだが、いかに良く従ったかということは尤度(likelihood)によって示される。

時刻 i に R_i 個の雨粒が降ったとする。この雨が T 時間内に流出し終わるものとするれば、 R_i 個の雨粒が T 個の組に分かれると考えて差しつかえない。そこで i 時に降って j 時に流出する雨粒の個数を t_{ij} 個とすると、雨が N 時間降り続いたときすべての $\{t_{ij}\}$ の組み合わせの実現する確率、すなわち尤度は、

$$\prod_{i=1}^N \frac{R_i!}{\prod_{j=1}^{i+1} t_{ij}!} \prod_{j=1}^{i+1} p_{ij}(\alpha, \beta)^{t_{ij}} \quad (2)$$

となる。ここで $p_{ij}(\alpha, \beta) = g(j-i+1; \alpha, \beta) \cdot \Delta$ である。

従来から用いられている最尤法では実現値 $\{t_{ij}\}$ が既知であって、それを最も高い確率で生起させるような α, β を求めよう方式をとっているが、流出解析では α, β が未知であると共に t_{ij} も未知である。実験的事実としては p_{ij} が Γ 型をしているということのみである。そこで t_{ij} の最尤推定値と求めたために次のような手順に従う。まず

$$P(\alpha, \beta) = \max_{t_{ij}} \prod_i \frac{R_i!}{\prod_j t_{ij}!} \prod_j p_{ij}(\alpha, \beta)^{t_{ij}} \quad (3)$$

s.t.

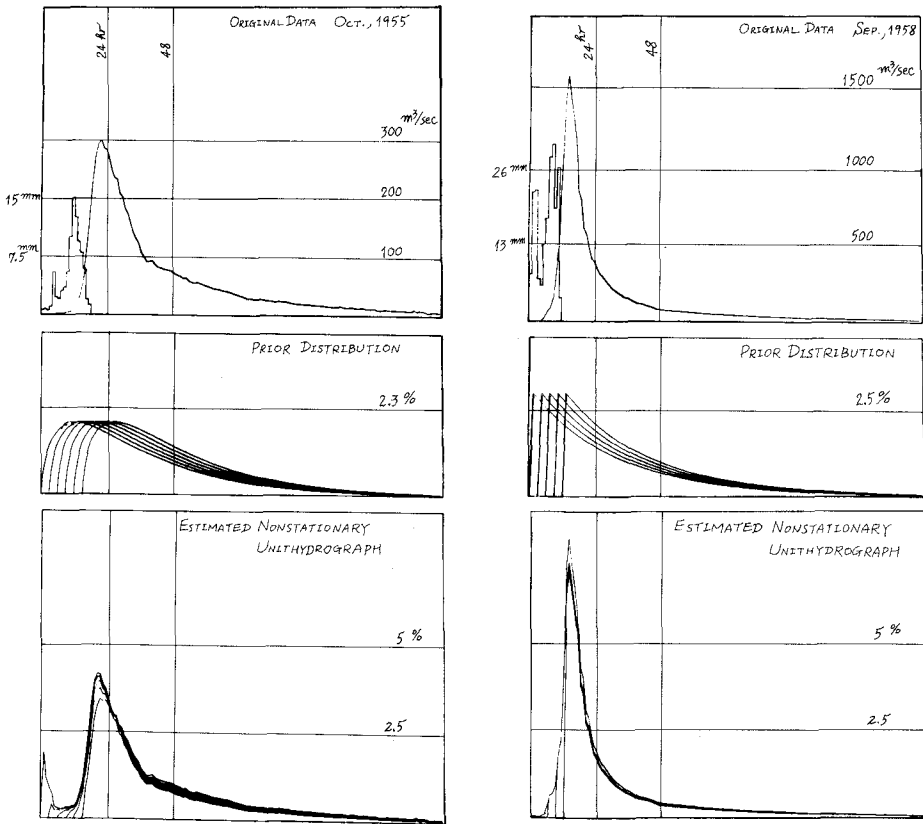
$$\begin{cases} \sum_j t_{ij} = R_i \\ \sum_i t_{ij} = Q_j \quad (j \text{ 時に流出する雨粒の総個数: 観測値}) \end{cases}$$

を解き、さらに

$$P = \max_{\alpha, \beta} P(\alpha, \beta) \quad (4)$$

を求めて、このようにして決定された α, β に対する $\{t_{ij}\}$ の組を最尤法による流出推定値とする。

3. 計算結果の例 図は神流川流域内万場地点の時間雨量に対する、流域末端の渡瀬地点における時間流出の観測値を解析した結果である。左側は昭和30年10月10~11日の降雨、右側は昭和33年9月17~18日の降雨によるものである。上段の図は観測された有効降雨並びに出水を示している。この図は左右スケールが異なっている。初期損失としては出水の現われはじめまでの降雨を考えた。中段の図は(3)、(4)より求められた α 、 β をパラメータとする Γ 分布を示している。下段は中段の分布を P_{ij} を用いた場合の u_{ij} 、すなわち(3)の解を示している。但し u_{ij}/R_i により正規化したものを描いてある。また中段、下段の図は3時間毎の i についてのみ示されており、スケールは上下左右すべて等しくしてある。



4. 解析結果 以上の計算例から次の諸点が指摘される。①はじめの雨による流出に比べ、後の雨の流出の方がピークが早く現われる。②同一流域であっても降雨流出の形態は出水毎に大に異なる。これは流域の初期状態、降雨の量・パターン、表面流出の占める割合の大小等に影響される結果であらうが、上に掲げた2例のように出水規模が大差の場合にはこの傾向の著しいことがわかる。③ユニットハイドログラフは時間と共に変形するが、その変化の度合は各出水毎の α に比べて小さい。④逓減部のユニットハイドログラフの形は、上昇部の形に比べ時間的変化が小さい。⑤従来しばしば仮定される Γ 型ユニットハイドログラフの形状パラメータに關する $\alpha=1$ の仮定は必ずしも妥当とは言えない。

5. 付記 類似の手法は交通流のOD表推定に古くから用いられているが、水文解析への適用に当っては手法の構造上の問題、物理性との関連について更に検討が必要である。その意味をこゝに提案した非定常ユニットハイドログラフの試みは未だ緒に着いたばかりである。