

1. まえがき

河川水温の予測には、2つの立場がある。第1は、河川水の熱収支を表わす基礎微分方程式を解いて決定論的に予測する方法である。この方法では、長波・短波放射、顕熱、潜熱などの水面熱交換量や河床との伝導熱量を数値解析できるように、どのように表現するかが問題である。例えば、W. L. Morse¹⁾は水面熱交換量を水温の2次回帰曲線と表わし、水温予測を行っている。

第2の方法は、河川水温の時系列モデルに適用する非決定論的立場である。この場合、年周期や日周期の周期成分はフーリエ級数をあてはめているが、不規則成分をいかに表現するかが問題である。

本報告は、北海道東部の常呂川・若松橋(北見市)で観測した1977年の日平均水温資料を用いて、第2の方法により水温予測を行い、時系列モデルの適用性を述べたものである。なお、筆者は寒冷地方に特有な河川結氷に関する模型実験を低温室で実施しているが、この河川の結氷日を予測するにも水温予測が必要になる。

2. 河川水温の時系列モデル

河川水温は時間単位や日単位で取扱われているが、筆者らは最終的に結氷日の予測を目的としているので、日単位で扱うことにし、 t 日の日平均水温を y_t とすれば、式(1)で表わされる。

$$y_t = P_t + \varepsilon_t \quad \text{--- (1)} \quad \text{ここに、} P_t: \text{規則成分, } \varepsilon_t: \text{確率変動成分}$$

規則成分として、次のフーリエ級数を適用する。

$$P_t = a_0 + \sum_{i=1}^m \left(a_i \cos \frac{2\pi i}{365} t + b_i \sin \frac{2\pi i}{365} t \right) = a_0 + \sum_{i=1}^m C_i \cos \left(\frac{2\pi i}{365} t + \theta_i \right) \quad \text{--- (2)}$$

常呂川・若松橋での水温資料は、結氷期間の0°Cを除いた272個である。この原系列の平均値、分散はそれぞれ $\bar{y} = 11.2^\circ\text{C}$, $\sigma_y^2 = 47.97^\circ\text{C}^2$ である。

図-1は、 P_t の分散 σ_P^2 の σ_y^2 に対する割合と、フーリエ級数の項数に対して示したものである。原系列に対し規則成分であるフーリエ級数の占める割合は、項数が増してもそれほど増加しない。以後、本報告では $m=2$ とする。また、図-1より水温の規則成分が気温のそれより大きいことがわかる。これは、水温のバラツキが小さいためで、地温はさらに、水温より規則成分が大きい。²⁾

次に、確率変動成分としては、式(3)の自己回帰過程が、気温の不規則成分 ε_t で表わした式(4)が考えられる。

$$\varepsilon_t = \sum_{i=1}^n a_i \varepsilon_{t-i} + \eta_t \quad \text{--- (3)}$$

$$\varepsilon_t = \sum_{i=1}^n b_i \varepsilon'_{t-i+1} + \delta_t \quad \text{--- (4)}$$

ここに、 a_i, b_i : 定係数, η_t, δ_t : 純偶発成分

図-3のコレログラムから ε_t には1次自己回帰過程があればよい。図-2は、自己回帰過程の回数に対して

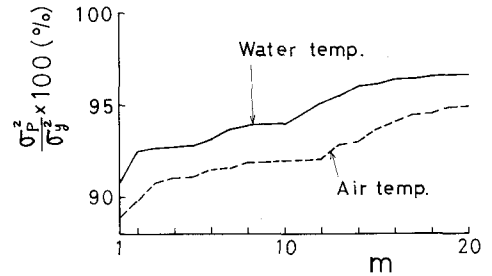


図-1 フーリエ級数の項数の影響

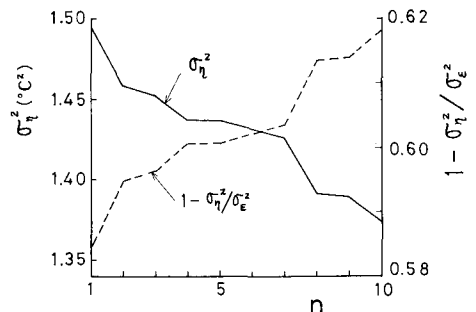


図-2 自己回帰過程の次数の影響

して、 σ_{η}^2 と解析効果 $1 - \sigma_{\eta}^2 / \sigma_{\varepsilon}^2$ を示す。1次から10次まで増しても $\sigma_{\eta}^2 / \sigma_{\varepsilon}^2$ が 0.25%しか減少せず、 ε_t には式(5)の1次自己回帰過程を用いる。図-3に η_t のコレログラムを示す。

$$\varepsilon_t = a_1 \varepsilon_{t-1} + \eta_t \quad \text{----- (5)}$$

平均値0、分散1の基準化した純偶発成分 η_t と η_t には次の関係がある。 $\bar{\varepsilon}$ は ε_t の平均である。

$$\eta_t = (1 - a_1) \bar{\varepsilon} + \sqrt{1 - a_1^2} \sigma_{\varepsilon} \eta'_t \quad \text{---- (6)}$$

3. 水温予測

式(1)に式(5)、(6)を代入して

$$y_t = P_t + a_1 \varepsilon_{t-1} + (1 - a_1) \bar{\varepsilon} + \sqrt{1 - a_1^2} \sigma_{\varepsilon} \eta'_t \quad \text{----- (7)}$$

式(7)より、 $l = 1, 2, 3$ 日先の日平均水温予測式は次のようになる。

$$y_{t+1} = a_1 y_t + P_{t+1} - a_1 P_t + (1 - a_1) \bar{\varepsilon} + \sqrt{1 - a_1^2} \sigma_{\varepsilon} \eta'_{t+1} \quad \text{----- (8)}$$

$$y_{t+2} = a_1^2 y_t + P_{t+2} - a_1^2 P_t + (1 - a_1^2) \bar{\varepsilon} + a_1 \sqrt{1 - a_1^2} \sigma_{\varepsilon} \eta'_{t+1} + \sqrt{1 - a_1^2} \sigma_{\varepsilon} \eta'_{t+2} \quad \text{---- (9)}$$

$$y_{t+3} = a_1^3 y_t + P_{t+3} - a_1^3 P_t + (1 - a_1^3) \bar{\varepsilon} + a_1^2 \sqrt{1 - a_1^2} \sigma_{\varepsilon} \eta'_{t+1} + a_1 \sqrt{1 - a_1^2} \sigma_{\varepsilon} \eta'_{t+2} + \sqrt{1 - a_1^2} \sigma_{\varepsilon} \eta'_{t+3} \quad \text{---- (10)}$$

式(7)に於て、原系列の変動に対する規則成分、1次自己回帰過程、純偶発成分が占める割合を分散で示すとそれぞれ 92.5%、4.4%、3.1%となる。純偶発成分を無視し、2.で得られた各係数式(8)に代入して

$$\begin{aligned} \hat{y}_{t+1} &= 1.993 + 0.765 y_t + 1.038 \cos \left\{ \frac{2\pi}{365} (t+1) - 2.111 \right\} \\ &\quad + 1.748 \cos \left\{ \frac{4\pi}{365} (t+1) + 2.044 \right\} - 0.794 \cos \left\{ \frac{2\pi}{365} t - 2.111 \right\} - 1.337 \cos \left\{ \frac{4\pi}{365} t + 2.044 \right\} \end{aligned}$$

となる。二水より、1日先の水温を予測した結果の一部が図-4である。また、予測の精度を次の式(11)によって評価した結果が表-1である。

$$V(l) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_{t+l} - \hat{y}_{t+l})^2} \quad \text{-- (11)}$$

ε_t を式(4)のように x_t で表わしたり、 η_t を考慮した場合の誤差については、今後計算していく予定である。温度測定精度は 0.1℃以下は無理なので、予測誤差として 1℃未満であれば実用的に充分であろうと思われる。

参考文献

- 1) Morse, W. L. : Stream Temperature Prediction under Reduced Flow, ASCE, Vol.98, No. HY6, 1972.
- 2) 佐渡公明: 河川水温の時系列解析, 土木学会北海道支部論文報告集, 第34号, 1978.

表-1 予測誤差

日		1	2	3
V℃	1次自己回帰過程	1.25	1.66	1.81
	2次自己回帰過程	1.23	1.66	1.80

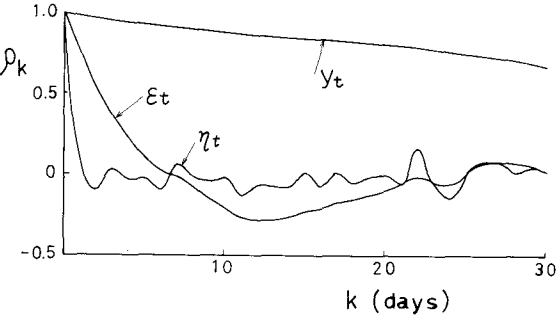


図-3 $y_t, \varepsilon_t, \eta_t$ のコレログラム

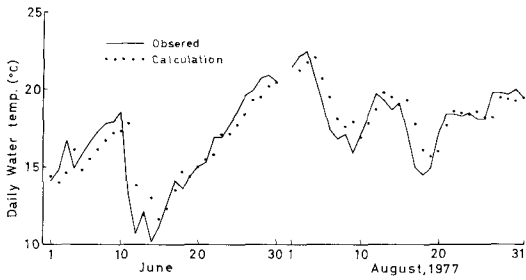


図-4 水温予測の一例 ($l = 1$)