

九州大学 工学部 正員 平野宗夫
京都府 正員 伊東尚規

1. まえがき

河川における降雨～流出の変換システムを解析する流出解析の手法は、確率情報理論を導入して流域をブラックボックスとして取扱う stochastic hydrology と、水理学的に追求して行う dynamic hydrology の立場に大別される。両者はその基盤において両極をなすものと考えられるが、現象が複雑な場合には、力学的にアプローチしていく場合でも stochastic な手法を用いなければならぬ部分が存在することは、乱流理論の例をひくまでもなく明らかである。stochastic hydrology と dynamic hydrology の融合は日野¹⁾によって試みられている。本報は、斜面における流出についての kinematic wave 法による解の中に到達時間の分布を導入し、その解析に stochastic な手法を利用することにより、dynamic hydrology への stochastic hydrology の導入を試みるとともに、試験地に適用して若干の考察を行ったものである。

2. 基礎式とその特性

河道要素が斜面要素に比し無視されるような山地小流域における降雨流出の関係は次式で与えられる。²⁾

$$g(t) = \int_0^{\infty} \varphi(T) R(t, T) dT \cdots \cdots (1) \quad R(t, T) = P \left\{ \int_0^T r_e(t-\tau) d\tau \right\}^{1/p} / \left\{ \int_0^T \int_0^T r_e(t-\tau) d\tau \right\}^{1/p} dv \cdots \cdots (2)$$

ここに、 $g(t)$ は時刻 t における流出高、 T は斜面上流端より下流端までの到達時間、 $\varphi(T)$ は T の確率密度関数、 $r_e(t)$ は時刻 t における有効降雨強度、 P は運動方程式を $\tau = K g^p$ (τ は水深、 K は定数) で表わしたときの指数で、Manning 式を用いると $P=0.6$ 、Darcy 則を用いると $P=1$ である。

$P=1$ (線形) の場合は簡単になり、

$$g(t) = \int_0^{\infty} \frac{\varphi(T)}{T} \int_0^T r_e(t-\tau) d\tau dT = \int_0^{\infty} u(\tau) r_e(t-\tau) d\tau \cdots \cdots (3) \quad \text{ここに、} u(\tau) = \int_{\tau}^{\infty} \frac{\varphi(T)}{T} dT \cdots \cdots (4)$$

非線形 ($P \neq 1$) の場合には到達時間 T が降雨波形によって変化するが、 $\varphi(T)$ も時々刻々降雨波形の変動につれて変化することになり、式 (1) のままでは取扱いにくい。そこで、一定強度 r_0 の降雨が長時間続いた場合の到達時間 T_0 を考え、その確率密度 $\varphi(T_0)$ を導入すると、 T と T_0 の関係式 (5) のもとに流出関係は式 (6) で表わされる。

$$T_0 = r_0^{-1/p} \left[\frac{1}{P} \int_0^T \left\{ \int_0^T r_e(t-\tau) d\tau \right\}^{1/p} dv \right]^P \cdots \cdots (5) \quad g(t) = \int_0^{\infty} \varphi(T_0) R(t, T) dT_0 \cdots \cdots (6)$$

式 (6) は $R(t, T)$ を入力、 $g(t)$ を出力、 $\varphi(T_0)$ を核関数とする線形応答関係を表わしているから、 $\varphi(T_0)$ の解析に stochastic hydrology で用いられている手法を適用することからできる。また、 $\varphi(T_0)$ に適当な確率密度関数を仮定すると、parametric model として容易に解析できる。

ところで、線形の場合、式 (4) より $du(\tau)/d\tau = -\varphi(\tau)/\tau$ であるが、 $\varphi(\tau) \geq 0$ でなければならぬから $du(\tau)/d\tau \leq 0$ であり、瞬間単位図 $u(\tau)$ は単調減少関数となる。したがって、 $u(\tau)$ が振動すると $\varphi(\tau)$ は正負の両方をけく振動することになり、stochastic な手法で求める場合には、 $u(\tau)$ に比し、解の振動はけく不安定になりやすい。しかし、逆に $\varphi(\tau)$ が少く変化しても $u(\tau)$ はあまり変らないから、parametric model として解く場合には好都合であり、たとえば、前報²⁾において $\varphi(\tau)$ に対数正規分布を仮定することにより良好な結果がえられることを示したが、 $\varphi(\tau)$ を矩形分布としてもほぼ同様な結果をうるからである。

3. Simplex 法による $\varphi(T_0)$ の推定

stochastic hydrology にあける最適化の基準としては、最小自乗法が用いられることが多い。しかし、最小自乗法により数値的に求められた核関数 $u(\tau)$ は振動するものが普通であるから、 $\varphi(T)$ の推算には適用(難い)。そこで、ここでは、 $\varphi(T)$ に非負の条件を入れたことのできる Simplex 法を用いることにする。

まず、式(6)を离散化し、時間おき Δt を単位時間にとり、データ個数を N ($t=1, 2, \dots, N$) とすると、

$$\mathbf{f} = \Phi_0 \mathbf{R} \quad \dots\dots (7) \quad \text{ここに、} \quad \mathbf{f} = \begin{bmatrix} f(1) \\ f(2) \\ \vdots \\ f(N) \end{bmatrix}, \quad \Phi_0 = \begin{bmatrix} \varphi(T_{01}) \\ \varphi(T_{02}) \\ \vdots \\ \varphi(T_{0N}) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} R(1, T_{11}), \dots, R(1, T_{1N}) \\ R(2, T_{21}), \dots, R(2, T_{2N}) \\ \vdots \\ R(M, T_{M1}), \dots, R(M, T_{MN}) \end{bmatrix}$$

となる。また、 T_{0j} と T_{ij} との関係は

$$T_{0j} = r_0^{p-1} \left[\frac{1}{p} \int_0^{T_{ij}} \left\{ \int_v^{T_{ij}} r_e (1-\tau) d\tau \right\}^{\frac{1-p}{p}} dv \right]^p \quad \dots\dots (8)$$

つまり、 $\mathbf{f} = \Phi_0 \mathbf{R} + \mathbf{Z}$, $\Phi_0 \geq 0$, $\mathbf{Z} \geq 0$

なる制限のもとに、目的関数 $f = \mathbf{j}_m \mathbf{Z}$ を最小にする Φ_0 を求める。

ここに、 $\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} z(1) \\ z(2) \\ \vdots \\ z(M) \end{bmatrix}$, $\mathbf{j}_m = [1, 1, \dots, 1]$

対象とした流域は、農林省竜ノ口理水試験地(流域面積 0.226 km^2)で、求めた $\varphi(T_0)$ を対数確率紙にプロットすると図-1, 2 のようになる。図-1 は $p=0.6$, $r_0=10 \text{ mm/hr}$ とした場合、図-2 は $p=1$ の場合であり、No.1, No.2, No.3 はそれぞれピーク流量 122 l/s , 520 l/s , 136 l/s の洪水で、No.1 と No.2 は1山、No.3 は2山のピークを有する。値がかなり振動して滑らかな線がえられにくいのが、図より $\varphi(T_0)$ がほぼ対数正規分布をなすことが認められる。また、 p の値が同じ場合は各洪水によって分散はあまり変化せず平均が変化したこと、 $p=0.6$ の場合の分散は $p=1$ のそれよりかなり小さいこと、などがわかる。

ところで、到達時間 T_0 と斜面長さ l の間には、 $T_0 = r_0^{p-1} l^p K$ の関係があるから、もし K が一定であるとすると、 $\log T_0$ の分散 $\sigma_{T_0}^2$ と $\log l$ の分散 σ_l^2 の関係は $\sigma_{T_0} = p \sigma_l$ で表わされることになる。そこで、 l の分布を調べたために斜面長さ(河道から等高線に垂直に分水界まで引いた線)を測定してプロットすると図-3 のようにほぼ対数正規分布をしている。また、その分散 σ_l^2 は、 $p=1$ の場合の分散 $\sigma_{T_0}^2$ にほぼ等しく ($\sigma_l \div 2.2$) なっており、 $p=0.6$ の場合に対しても $\sigma_{T_0} \div p \sigma_l \div 1.3$ の関係がほぼ成立するようである。

実際には K は一定ではなく分布をもつから、 σ_{T_0} は σ_l と K の分散 σ_K^2 によって規定されるはずである。しかし、 K は水の流下難さを表すものであり、地形は水の侵食によって形成されるから、 l と K の間には相関があると考えられる。(したがって、 σ_{T_0} が σ_l のみによって規定されることも期待されよう。この点については更に多くのデータにより検討する必要がある。

参考文献

- 1) 日野：流出の非線形性について，第16回水議(昭47.2)
- 2) 平野・小川・木川：山腹斜面からの流出について，第29回水議(昭49.10)

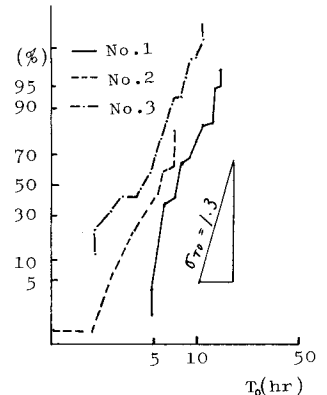


図-1 T_0 の分布 ($p=0.6$)

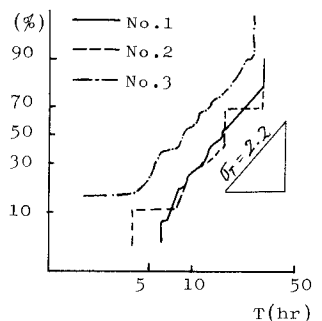


図-2 T の分布 ($p=1$)

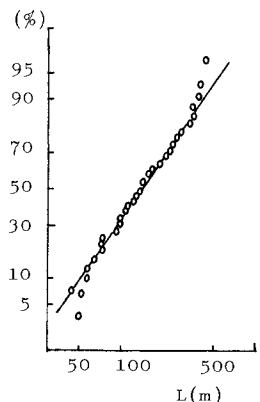


図-3 斜面長さ分布