

I-317 補剛材のねじりを考慮した shear-elastic plate の座屈解析について

愛媛大学 正員 見沢 繁光, 正員 大賀水田生
徳山高専 正員 重松 恒美, 正員 〇原 隆

1. 概説

補剛材のねじりの影響を考慮した補剛材の従来の座屈解析において、補剛材を梁として解析した場合には、補剛材の剛性比の増加に伴い、座屈係数は増加し、容易にその上限値が求まらぬ。そこで、補剛材を板として扱い、補剛材自体の座屈も考慮して解析した解と比較することにより、座屈係数の上限値を求めてみる。本研究では、この方法を、せん断変形の大い shear-elastic plate (例えばサントイッチ板等) が、補剛材により弾性線支持された状態の座屈解析に適用し、通常の板の場合と同様に、まず、補剛材を、曲げ、ねじり、そり剛性を有する梁として解析を行ない、座屈係数を求めた。また、補剛材の形状寸法により、補剛材を板として座屈することと考慮し、板としての解析も行なった。この両者の解をもとに座屈係数を決定し、ねじりの影響を無視して得られた従来の解^{2,3)}との比較、検討を行なった。

2. 解析方法

図1に示すような、荷重を受ける二辺が単純支持された shear-elastic plate の微分方程式は、せん断変形を考慮した板要素のつり合いから導かれ、せん断力に応力関数、たわみに変位関数を導入し、さらに状態量 $[Z]$ として、変位量 w, ϕ, ψ , 板、断面力 N_x, N_y, Q_x, Q_y を用い、 $[6 \times 6]$ の格点マトリックス $[F]$ が求められる。

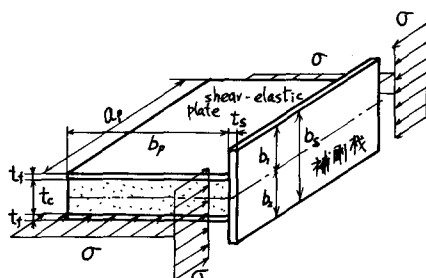


図1 荷重支持状態

次に、図2に示す補剛材の前後の状態量 $[Z_i]$, $[Z_{i+1}]$ とし、補剛材を梁として、ねじりの影響を考慮すれば、次式となる。

表1. 格点マトリックス

$$\left. \begin{aligned} w_{i+1} &= w_i, \phi_{i+1} = \phi_i, \psi_{i+1} = \psi_i \\ N_{xy,i+1} &= N_{xy,i} + A \cdot \left(\frac{G}{K} - 1 \right) w_i + A(1-\nu) \phi_i - A \psi_i \\ N_{yx,i+1} &= N_{yx,i} + A \psi_i - A \left(\frac{G}{K} - 1 \right) \phi_i \\ Q_{y,i+1} &= Q_{y,i} - \left\{ A \cdot \left(\frac{G}{K} - 1 \right) + \frac{E}{K} \left(\frac{a_1}{b_1} \right)^2 - \frac{G}{K} \left(\frac{a_1}{b_1} \right) \right\} w_i \\ &\quad - A \cdot (1-\nu) \phi_i + A \psi_i \\ A &= \left\{ \frac{G}{K} + \frac{E}{K} \left(\frac{a_1}{b_1} \right)^2 - \frac{G}{K} \left(\frac{a_1}{b_1} \right) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ R_{41} & 0 & R_{43} & R_{45} & 0 & 0 \\ 0 & R_{52} & 0 & 0 & 1 & R_{56} \\ R_{61} & 0 & R_{63} & 0 & R_{65} & 1 \end{bmatrix}$$

ここに、 E, G : 補剛材の弾性係数及びせん断弾性係数、 K, S : 板の曲げ剛性及びせん断剛性、 R_{ij} : 単位幅及び単位面積当りの圧縮力、 ν : ポアソン比、 F_r : 補剛材の断面積、 J_r, C_r : 補剛材のねじり抵抗及びそり抵抗、 J_r, I_r : 補剛材の極慣性モーメント及び慣性モーメントである。(1)式に上述の状態量ベクトルを用いて、マトリックス表示を行えば $[6 \times 6]$ の格点マトリックス $[R]$ が得られる。(表1参照)

2-1. 補剛材を梁として解析する方法

図2に示すように、補剛材をねじりと軸力を受ける梁として解析

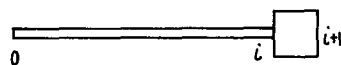


図2 梁とした補剛材モデル

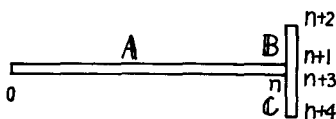


図3 板とした補剛材モデル

すると、状態量 $[Z_0]$ と $[Z_{i+1}]$ には、

$$[Z_{i+1}] = [R] \cdot [F] \cdot [Z_0] = [U] \cdot [Z_0] \quad (2)$$

という関係があるから、 $[Z_0]$ 、 $[Z_{i+1}]$ の境界条件を考慮すれば、座屈条件が得られる。

2-2. 補剛板を板として解析する方法

補剛板の剛性が増し、格点で node には、たとえ補剛板に格間マトリックス $[F]$ を適用し、板として解析を行なう。

格点では、 $W_n = W_{n+1} = W_{n+2} = 0$ 、 $\psi_{x,n} = \psi_{x,n+1} = \psi_{x,n+2} = 0$ 、 $\psi_{y,n} = \psi_{y,n+1} = \psi_{y,n+2}$ であるから、それぞれの伝達式は、次式となる。(図3参照)

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \psi_{y,n} \\ 0 \\ \psi_{x,n+1} \\ \psi_{y,n+1} \\ \psi_{x,n+2} \end{bmatrix} = A \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \psi_{y,n} \\ 0 \\ \psi_{x,n+1} \\ \psi_{y,n+1} \\ \psi_{x,n+2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \psi_{x,n+2} \\ \psi_{y,n+2} \\ \psi_{x,n+1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = B \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \psi_{y,n} \\ 0 \\ \psi_{x,n+1} \\ \psi_{y,n+1} \\ \psi_{x,n+2} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} W_{n+2} \\ \psi_{y,n+2} \\ \psi_{x,n+1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = C \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \psi_{y,n} \\ 0 \\ \psi_{x,n+1} \\ \psi_{y,n+1} \\ \psi_{x,n+2} \end{bmatrix}$$

また格点では、 $\psi_{x,n} + \psi_{x,n+1} + \psi_{x,n+2} = 0$ 、 $\psi_{y,n} - \psi_{y,n+1} - \psi_{y,n+2} = 0$ であることを考慮し、状態量を未知数として伝達式を展開すれば、斉次の連立方程式が得られ、これをマトリックス表示すれば、座屈条件が得られる。(表2参照) ほか、 $C=0$ (片側補剛板) の場合は表2の破線で囲まれた部分を除く行列式である。

3. 数値計算及び検討

2で得られた座屈条件式を用いて、一端単純支持、他端自由の境界条件の shear-elastic plate の自由縁に補剛板をとり付け、座屈解析を行なう。座屈係数は、2-1の方法と、2-2の方法で求めた値と比較し、得られる。パラメータとして、板の板厚比 $\lambda = b/t_f$ 、板厚補剛板厚比 $\delta = t_f/t_p$ 、板のせん断剛性比 $\varepsilon = \pi^2 G / (E b)$ 、板形状比 $\alpha = a/b_p$ 、板幅補剛板幅比 $\beta = b_p/b$ 、補剛板偏心量 $\beta_2 = b_p/2$ が用いられている。(図1参照) 図4は、対称補剛板 ($\beta_2 = 1.0$)、図5は片側補剛板 ($\beta_2 = 0.0$) のときの座屈係数の変化をそれぞれあらわしている。通常の補剛板の場合¹⁾と同様に、補剛板は、補剛板のねじりの影響を無視した座屈係数の上限値 ($k=3.0$) までは梁として作用し、ねじりの影響の有無による座屈係数の差異はほとんどないが、 $k=3.0$ を越えると、補剛板は板として作用し、座屈係数の上限値は、 $k=3.15$ に達している。また片側補剛板の方が対称補剛板に比べて座屈係数の増加が著しい。

*参考文献; 1) Beulwerte der dreiseitig gelenkig gelagerten Rechteckplatte, Der Stahlbau 12/1968

2) 見沢他; 弾性板支持上のサンドイッチ板の座屈解析について, 第32回土木学会年次学術講演要集 昭和52年

3) P. Seide; Compressive buckling of sandwich plates on longitudinal elastic line supports, AIAA paper 1974

表2 座屈条件式

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = 0$$

$$\begin{bmatrix} b_{42} & 0 & 0 & b_{44} & b_{45} & b_{46} \\ b_{52} & 0 & 0 & b_{54} & b_{55} & b_{56} \\ b_{62} & 0 & 0 & b_{64} & b_{65} & b_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = 0$$

$$\begin{bmatrix} c_{42} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & c_{45} & c_{46} \\ c_{52} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{54} & c_{55} & c_{56} \\ c_{62} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{64} & c_{65} & c_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = 0$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = 0$$

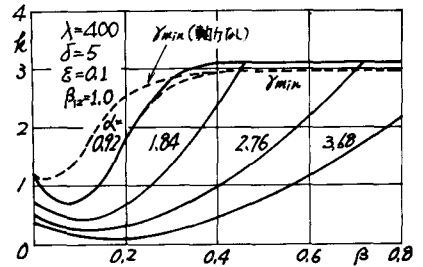


図4 座屈係数

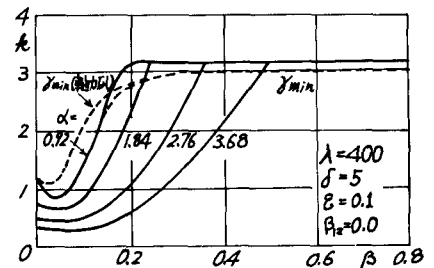


図5 座屈係数