

大阪大学工学部 正員 前田幸雄
大阪府立工業高等専門学校 正員 ○田 笠隆司

1. まえがき 筆者は縦リブと横リブのある補剛板の圧縮耐荷力について模型実験を行い、1) 縦リブ必要剛比を2%程度までにはすべきである、2) 道示横リブ必要剛比を満足すれば圧縮耐荷力は十分保障されるが横リブ取付け位置において節線とならないものも認められた、3) 節線となり得るフラットな横リブの捩り剛性は無視できること^{1), 2)}を示した。本文ではこれらのデータをもとに、節線となる横リブにおいて、単純支持と仮定し、縦リブのみより補剛された板の圧縮強度の計算手法について考察したものである。

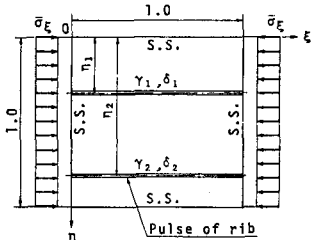


Fig. 1 Non-dimensional representation of coordinates and edge-loading

2. 解析 補剛板よりリブを取り外し、リブ取付け位置において、パルス状の拘束力を受ける一枚の平板として取り扱う。Fig. 1 はその座標系を無次元化して示したものである(以下、本文で"使用される記号は補外の説明参照)。板の有限たわみについて、カルマン・マルゲールが誘導した平衡方程式・適合条件式にリブの拘束力(捩りに関する項は無視)をパルスとして

$$\frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^4 (w-w_0)}{\partial \xi^4} + 2 \frac{\partial^4 (w-w_0)}{\partial \xi^2 \partial \eta^2} + \beta^2 \frac{\partial^4 (w-w_0)}{\partial \eta^4} + \frac{1}{\beta^2} \sum_{n=1}^N \left[\frac{b}{t_n} r_n \right] \frac{\partial^4 (w-w_0)}{\partial \xi^4} \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} = 12(1-\nu^2) \left\{ \frac{\partial^2 (\phi + \phi_n)}{\partial \eta^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} \right. \\ \left. + \frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \eta^2} - 2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi \partial \eta} \frac{\partial^2 w}{\partial \xi \partial \eta} + \sum_{n=1}^N \left[\frac{b}{t_n} \delta_n \right] \frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \right\} \quad \text{.....(1)}$$

$$\frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^4 \phi}{\partial \xi^4} + 2 \frac{\partial^4 \phi}{\partial \xi^2 \partial \eta^2} + \beta^2 \frac{\partial^4 \phi}{\partial \eta^4} = \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \xi \partial \eta} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \eta^2} - \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial \xi \partial \eta} \right)^2 + \frac{\partial^2 w_0}{\partial \xi^2} \frac{\partial^2 w_0}{\partial \eta^2} \quad \text{.....(2)}$$

$$w_0 = a_{011} \sin \pi \xi \sin \pi \eta, \quad w = a_{11} \sin \pi \xi \sin \pi \eta \quad \text{.....(3)}$$

導入し、無次元化すると 1), 2) 式のように示される³⁾。四辺単純支持の境界条件を満足する無次元たわみ関数 w 及び初期たわみ関数 w_0 は (3) 式のように 1 項のみで表わす。 a_{011} は初期たわみによって与えられる既知係数であり、 a_{11} は未知係数である。(2) 式の無次元応力度関数 ϕ は (3) 式を (2) 式に代入して得られる特解項と (2) 式の同次解項により (4) 式のように表わす。(4) 式中の積分定数 A, B, C, D は面内境界条件式 (5) により (6) 式のように示される。

$$\left. \begin{aligned} \phi &= \phi_1 + \phi_2, \quad \phi_1 = -\frac{1}{2} \sigma_\xi \cdot \eta^2 + \frac{(a_{11}^2 - a_{011}^2)}{32} \beta^2 (\cos 2\pi \xi + \frac{1}{\beta^4} \cos 2\pi \eta) \\ \phi_2 &= \cos 2\pi \xi (A \cosh 2\pi \beta' \eta + 2\pi \beta' B \eta \cosh 2\pi \beta' \eta + C \sinh 2\pi \beta' \eta + 2\pi \beta' D \eta \sinh 2\pi \beta' \eta) \end{aligned} \right\} \quad \text{.....(4)}$$

$$\left. \begin{aligned} x \text{ 方向の全荷重 } P_x &\text{ は一定} \quad \dots\dots\dots P_x = \frac{E t^3}{b} \int_0^1 \sigma_\xi d\eta = \text{一定} \\ y \text{ 方向の全荷重 } P_y &\text{ は 0} \quad \dots\dots\dots P_y = \frac{E t^3}{a} \int_0^1 \sigma_\eta d\xi = 0 \\ \text{支持二辺において } \sigma_y &= 0 \quad \dots\dots\dots \eta = 0, 1 \text{ のとき, } \sigma_\eta = 0 \\ \text{全辺において } \tau_{xy} &= 0 \quad \dots\dots\dots \xi = 0, 1, \eta = 0, 1 \text{ のとき } \tau_{xy} = 0 \end{aligned} \right\} \quad \text{.....(5)}$$

【記号の説明】 b =板の巾、 a =板の長さ、 t =板の厚さ、 $t_1, t_2, \dots, t_N$ =おのおの補剛材の厚さ、 $\xi=x/a, \eta=y/b, E$ =弾性係数、 ν =ポアソン比、 $\beta=a/b, \beta'=b/a, F$ =エアリーの応力度関数、無次元応力度関数 $\phi=F/E t^2, \phi_n$ =残留応力度の無次元応力度関数、 $\sigma_\xi=\sigma_x b^2/E t^2, w, w_0$ =板厚 t で割った無次元のたわみ、初期たわみ関数、 $D=E t^3/12(1-\nu^2), I_n$ =補剛材 n の断面 2 次モーメント、補剛材 n の曲げに関する剛比 $r_n=E I_n/D b, \delta_n$ =補剛材 n の断面積比、(1) 式中のカッコ [] は $\eta=\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_N$ において、巾 t_n/b なる矩形パルス関数を示す。

たわみ関数 w , w_0 及び応力関数 Φ は載荷端の ξ 方向の変位の直線性を満足している。(1)式にガラーキン法を適用し、(3), (4), (6)式を代入し、断面積 δ , 曲げ剛性 B の等しいリブが等間隔に配置された場合について計算すると未知係数 Q_{11} に関する3次代数方程式(7)を得る。板の極限状態は支持辺($\eta=0$, または 1)において ξ 方向の

$$\left. \begin{aligned} A &= -\frac{(a_{11}^2 - a_{011}^2)}{32} \beta^2, & B &= \frac{(a_{11}^2 - a_{011}^2)}{32} \beta^2 \frac{1 - \cosh 2\pi\beta'}{2\pi\beta' + \sinh 2\pi\beta'} \\ C &= -B, & D &= \frac{(a_{11}^2 - a_{011}^2)}{32} \beta^2 \frac{\sinh 2\pi\beta'}{2\pi\beta' + \sinh 2\pi\beta'} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(6)$$

$$\left\{ \frac{1+\beta^4}{\beta^2} + \frac{2\beta^2(1-\cosh 2\pi\beta')}{\pi(2\pi\beta' + \sinh 2\pi\beta')} + \left[\frac{N'}{\beta^2} + \frac{S}{2\pi\beta' + \sinh 2\pi\beta'} \right] \delta \right\} a_{11}^2 - \left\{ \frac{16}{\pi^2} (1+N'\delta) \bar{\sigma}_\xi \right. \\ \left. + \left[\frac{1+\beta^4}{\beta^2} + \frac{2\beta^2(1-\cosh 2\pi\beta')}{\pi(2\pi\beta' + \sinh 2\pi\beta')} \right] a_{011}^2 + \left[\frac{N'}{\beta^2} + \frac{S}{2\pi\beta' + \sinh 2\pi\beta'} \right] \delta a_{011}^2 \right. \\ \left. - \frac{4}{3(1-\nu^2)\beta^2} \left[(1+\beta^2)^2 + N'r \right] \right\} a_{11} - \left\{ \frac{4}{3(1-\nu^2)\beta^2} \left[(1+\beta^2)^2 + N'r \right] \right\} a_{011} = 0 \quad \dots\dots\dots(7)$$

$$N' = 1 + N \quad S = 2 \sum_{n=1}^N \left\{ (-2\pi\beta' + \sinh 2\pi\beta') \cosh 2\pi\beta'\eta_n + (1 - \cosh 2\pi\beta') (\sinh 2\pi\beta'\eta_n \right. \\ \left. + 2\pi\beta'\eta_n \cosh 2\pi\beta'\eta_n) + 2\pi\beta'\eta_n \sinh 2\pi\beta' \sinh 2\pi\beta'\eta_n \right\} \sin^2 \pi\eta_n$$

応力度の平均値が降伏点応力度に等しくなるときと仮定すると無次元平均極限強度 $\bar{\sigma}_{ult}/\sigma_Y$ は(8)式で表わされる。(7)式において、 $\bar{\sigma}_\xi = (t/b\sqrt{\sigma_Y/E})^2 \cdot \bar{\sigma}_{ult}/\sigma_Y$ と置き、未知係数 Q_{11} を求め、(8)式より $\bar{\sigma}_{ult}/\sigma_Y$ を算出する。

$$\frac{\bar{\sigma}_{ult}}{\sigma_Y} = 1 - \frac{\pi^2(a_{11}^2 - a_{011}^2)}{8\beta^2} \frac{1}{(b/t\sqrt{\sigma_Y/E})^2} \quad \dots\dots\dots(8)$$

次に弾塑性分岐座屈として同様に解析する。残留応力度分布はリブ及び板要素ともに合力が個々に釣り合、た矩形分布とする。引張残留応力度は降伏点応力度に等しく、板要素の圧縮部の無次元応力度 $\alpha = \sigma_R/\sigma_Y$ とし、リブは $\alpha_r = \sigma_{Rr}/\sigma_Y$ とする。無次元のたわみ関数 w は(3)式で表わし、ガラーキン法を適用すると次のようになる。

$$\int_0^1 \int_0^1 \left\{ \frac{1-\nu^2}{1-\nu_p} \cdot E_s \left(\frac{1}{4\beta^2} \frac{\partial^4 w}{\partial \xi^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial \xi^2 \partial \eta^2} + \beta^2 \frac{\partial^4 w}{\partial \eta^4} \right) + \left(\frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^4 w}{\partial \xi^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial \xi^2 \partial \eta^2} + \beta^2 \frac{\partial^4 w}{\partial \eta^4} \right) + \frac{1}{\beta^2} \sum_{n=1}^N \left[\frac{b}{t} r_n \right] \frac{\partial^4 w}{\partial \xi^4 \eta_n} \right. \\ \left. - 12(1-\nu^2) (\sigma_\xi + \sigma_{\xi R}) \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} - 12(1-\nu^2) \sum_{n=1}^N \left[\frac{b}{t} \delta_n \right] \sigma_\xi \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2 \eta_n} \right\} \sin \pi \xi \sin \pi \eta d\xi d\eta = 0 \quad \dots\dots\dots(9)$$

(9)式において、塑性ポアソン比 $\nu_p = 0.5$, 無次元割線係数 $E_s = 1/(\epsilon + \alpha)$, 圧縮ひずみ比 $\epsilon = \epsilon_x/\epsilon_Y$, $\epsilon_x =$ 圧縮ひずみ, $\epsilon_Y =$ 降伏ひずみである。(9)式の第1項はストーウールの理論式であり、塑性域のみに適用し、第2項は弾性域のみに適用する⁴⁾。(9)式の積分を行い、整理すると ϵ に関する2次代数方程式を得る。この ϵ により、無次元弾塑性座屈強度 σ_{cr}/σ_Y は次のように表わされる。

$$\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_Y} = \frac{(1+\alpha_r) [\alpha(\epsilon-1)+1] + (1+\alpha) [\alpha_r(\epsilon-1)+1] N\delta}{(1+\alpha)(1+\alpha_r)(1+N\delta)} \quad \dots\dots\dots(10)$$

3. 結び 以上の理論より、初期たわみ・残留応力度を有する補剛板の強度の計算手法について考察すると次のことがいえる。1) 両手法とも比較的簡単な1つの代数方程式を解くことにより計算出来る。2) 土木鋼構造物などのような比較的剛性の高い補剛板ではリブの曲げ剛性の項が卓越しており、その計算値は弾塑性域のリブの曲げ剛性の評価に大きく左右される。なお個々の計算結果は当日発表する。

参考文献 1) 前田・日笠, 第2回年次学術講演会概要集, 5.52年。 2) 前田・日笠, 関西支部年次学術講演会概要集, 5.53年。 3) 前田・日笠, 第30回年次学術講演会概要集, 5.50年。 4) 前田・日笠, 第29回年次学術講演会概要集, 5.49年。