

金沢工業大学 正 西田 進
金沢大学 正 吉田 博
名古屋大学 正 福本 孝士

1. 緒言

変形を考慮した曲がり梁の解析においては、通常の鉛直荷重のみが作用しても、全ての变形量および断面力が互に連成するため解析は困難である。著者らは先に、変形を考慮した薄肉開断面曲がり梁の基礎方程式を仮想仕事の原理より導き、伝達マトリックス法による解析例を示した¹⁾。本報告は先に示した伝達マトリックス法による解法を非弾性域にまで拡張しようとするものである。

2. 解析手法

一平面内で曲がり、その曲率と断面力がはり軸方向に一定な工形断面曲がり梁の基礎微分方程式は、その曲率半径 R が大きく、2軸対称断面と仮定できる場合、次式のように表わされる¹⁾。

$$N' + \frac{1}{R}(M_y \cos \varphi - M_x \sin \varphi)' + \frac{N}{R}(u' - \frac{w}{R}) + q_z = 0 \quad 1-a$$

$$(M_y \cos \varphi - M_x \sin \varphi)'' - \frac{N}{R} + \{N(u' - \frac{w}{R})'\} + q_x = 0 \quad 1-b$$

$$(M_x \cos \varphi + M_y \sin \varphi)'' - \frac{M_w'' + T_{xt}'}{R} + (Nv')' + q_y = 0 \quad 1-c$$

$$M_w'' + T_{xt}' + (K\varphi')' - M_y(u'' - \frac{w''}{R}) \sin \varphi - v'' \cos \varphi - \frac{\sin \varphi}{R} \{M_x(v'' \sin \varphi + (u'' - \frac{w''}{R}) \cos \varphi - \frac{\cos \varphi}{R})\} + m_z = 0 \quad 1-d$$

一方、軸方向ひずみと各変位との関係は軸変位 w に対する2次項 $\frac{1}{2}\{(u'' - \frac{w''}{R})^2 + (x^2 + y^2)\varphi'^2\}$ を無視すると

$$\varepsilon_z = (w' - \frac{u}{R}) - \{(u'' - \frac{w''}{R}) \cos \varphi + v'' \sin \varphi + \frac{1 - \cos \varphi}{R}\}x - \{v'' \cos \varphi - (u'' - \frac{w''}{R}) \sin \varphi + \frac{\sin \varphi}{R}\}y - w(\varphi'' - \frac{v''}{R}) \quad 2-a$$

となる¹⁾。2軸対称断面に対する各断面力と変形の間係を用いて、式(2-a)を変形後の部材軸に関する断面力と剛性を用いて表わすと

$$\varepsilon_z = \frac{N}{EA} + \frac{M_y}{EI_y} + \frac{M_x}{EI_x} + \frac{M_w}{EI_w} \quad 2-b$$

となり、通常の断面力、各剛性とひずみの関係と同じ式になる。

非弾性域における荷重・変形挙動を求めるには式(1)を与えられた荷重条件および境界条件に対して、断面剛性を考慮しながら解けば良い。非弾性の影響は各剛性の低下として考慮し、非弾性時においても弾性時に成立する各断面力と変形の間係がそのまま成立するものと仮定する。完全弾塑性体の応力とひずみの関係を用いるものとし、与えられた各断面力、仮定した各剛性と式(2-b)より、部材断面内のひずみ分布、また応力とひずみの関係より応力分布が求まる。次に割線弾性係数を用いて、各剛性値を求める。

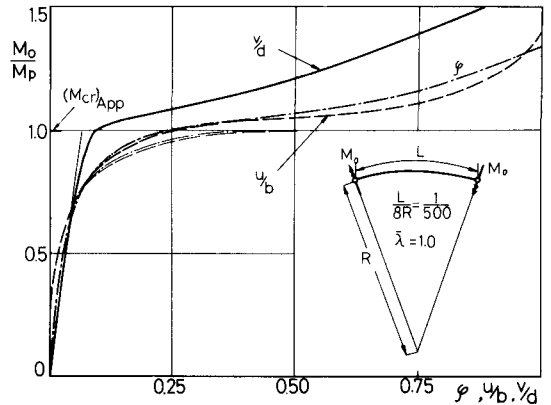


図-1 曲がり梁の荷重・変形関係(弾性解析)

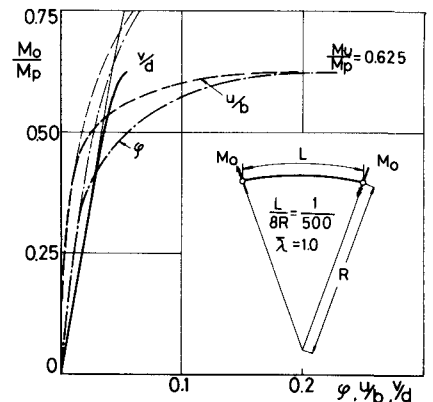


図-2 荷重・変形挙動(曲がり梁)

$$E_x = \frac{\sigma}{\epsilon}, EA = \int_A E_x dA, EI_x = \int_A E_x y^2 dA$$

$$EI_y = \int_A E_x x^2 dA, EI_\omega = \int_A E_x \omega^2 dA$$

得られた剛性を式(2-b)に再度代入し、各剛性が許容値内に収束するまで上記計算をくり返す。その他は文献1)と同じ解析方法を用いる。

3. 数値計算例

本報告では解の妥当性を検討するため、曲がり梁としての解析と、初期不整を有する直梁としての解析との比較検討を行なう。数値計算に用いた断面は H-200×100×5.5×8mm の I 形断面であり、ヤング係数、ポアソン比、降伏応力として $E=2.1 \times 10^6 \text{ Kg/cm}^2$, $\nu=0.3$, $\sigma_y=2400 \text{ Kg/cm}^2$ を用いた。

図-1 は弾性解析を行なった曲がり梁の荷重・変形挙動を示す。図中、細線は曲率半径が大きく、かつ微小変形とした場合の近似解を示し、 $(M_{cr})_{APP}$ は

$$(M_{cr})_{APP} = \sqrt{\left\{1 - \left(\frac{L}{\pi R}\right)^2\right\} \frac{\pi^2 EI_x}{L^2} \left(GK_T + \frac{\pi^2 EI_\omega}{L^2}\right)}$$

なる近似曲線の漸近値である。図より、構造非線形の影響がよく表われ、式(1)の伝達マトリックスによる解法が比較的大きな変形量まで追従できることを示す。

図-2 は本解法による曲がり梁の、図-3 は同程度の曲がりになるような初期不整梁の非弾性解析を行なった場合の荷重・変形挙動を示す。なお、初期不整を有する直梁の基礎微分方程式は文献2)に導びかれたものを用い、各変位の2次微係数を未知量として基礎式を有限差分法と差分法を併用して表わし、本解法と同一の非弾性剛性の考えのもとに解いた。両図を比較すると鉛直変位はほぼ同様であり、断面内に降伏域が生じると曲がり梁の水平変位とおじり角は急激に増大し、このため曲がり梁の方がより低い最大荷重を示す。

図-4 は等曲げを受ける梁の強度曲線を示す。図中、点線はシステム係数 $\eta=2.5$ とした場合の ECC の提案の横倒れ強度の基本式を、一点鎖線は $1/1000$ の初期不整を有する直梁の強度曲線を示す。黒丸が本解法による、図の上側から $1/8R=1/1000, 1/500, 1/100$ なる曲率半径を有する場合の計算例である。図より、曲がり梁の曲率半径が大きい場合、初期不整梁と同程度の強度を示し、曲率半径が小さくなると $1/100$ は内角約4に相当する) 強度は急激に低下し、曲がり梁としての非弾性解析の必要性がでてくる。

図-1~4より、曲がり梁の構成方程式内の三角関数を Taylor 展開することなく1階の常微分方程式系に変換し、この式の非弾性剛性を考慮した伝達マトリックス法解析は曲がり梁の非弾性挙動を良く表現している。

参考文献

- 1) 西田進, 吉田博, 福本啓士「薄肉閉断面曲がり梁の大変形解析」, 第24回構造工学シンポジウム概要集, 1978年2月, pp. 77~84.
- 2) 坂井藤一「薄肉閉断面部材の弾性安定基礎方程式の統一誘導」, 土木学会論文報告集, No. 221, 1974-1.

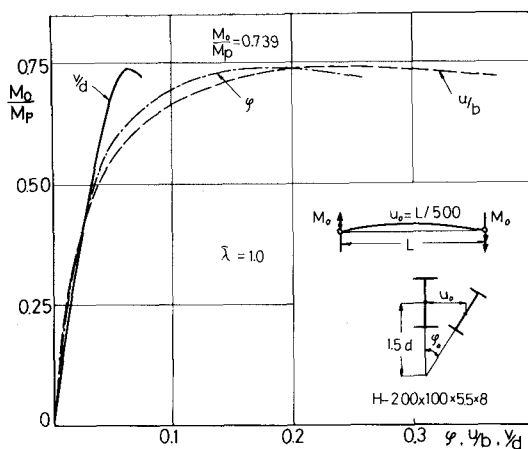


図-3 荷重・変形挙動 (初期不整梁)

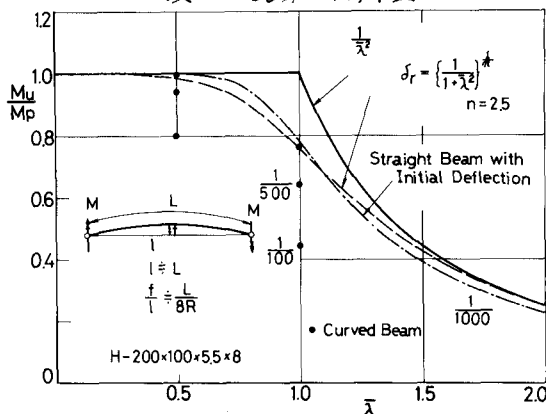


図-4 曲がり梁の強度曲線