

岩手大学工学部 正員 岩崎 正二
北海道大学工学部 正員 能町 純雄

1. まえがき

トラス下弦材をガーダーで置き換えたトラス構造物, すなわちガーダーをトラスで補強したような構造物を考える。このような構造物がポニートラス型式の場合, 作用する外力が大きくなると上弦材全体が側方に座屈する危険性存在する。ここでは歩道橋の手すりをトラスとし構造の一部とするような場合を考え, トラスとガーダーと横桁をモデル化して側方不安定を検討した。

2. つりあい方程式

ガーダーを補剛するトラスの型式はワーレン型とする。剛な上弦材は各点でヒンジ結合され, ガーダーの断面はI型断面とする。下部格点に作用する外力 P が大きくなると, 圧縮弦材は不安定状態となり横方向変位 $V_{1/2}, V_{3/2}, \dots, V_{r+1/2}, \dots, V_{n-1/2}$ を生じる。

$r + \frac{1}{2}$ 点における弾性反力はガーダーのねじれ角を考慮すると, 図-2 より

$$H_{r+\frac{1}{2}} = (2V_{r+\frac{1}{2}} - \nabla \alpha r h') \frac{3E_d I_d}{d^3} \quad (1)$$

ただし $\nabla \alpha r = \alpha_{r+1} - \alpha_r$

従って $r + \frac{1}{2}$ 点に作用する x 方向の力のつりあいは図-3 より

$$\Delta \{ N_{r-\frac{1}{2}r+\frac{1}{2}} \Delta V_{r-\frac{1}{2}} / \lambda \} + (2V_{r+\frac{1}{2}} - \nabla \alpha r h') \frac{3E_d I_d}{d^3} = 0 \quad (2)$$

($r=1, 2, \dots, n-1$)

ただし $\Delta f_r = f_{r+1} - f_r$

次に r 点における z 軸方向のねじりのつりあいを考えると

図-4 より

$$T_{r,r-1} - T_{r,r+1} + M_{tt} - h' (H_{r-\frac{1}{2}r} + H_{r+\frac{1}{2}r}) = 0 \quad (3)$$

ここでガーダーのねじれ剛性 GJ , 横桁の曲げ剛性 $E_z I_z$ とすると

$$\left. \begin{aligned} T_{r,r+1} &= \frac{GJ}{\lambda} (\alpha_{r+1} - \alpha_r), \quad M_{tt} = \frac{2E_z I_z}{b} \alpha_r \\ T_{r,r-1} &= \frac{GJ}{\lambda} (\alpha_r - \alpha_{r-1}) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

(4)式を(3)式に代入し整理すると

$$\Delta^2 \alpha_{r-1} - \beta_1 \alpha_r + \beta_2 \nabla V_{r-\frac{1}{2}} = 0 \quad (5)$$

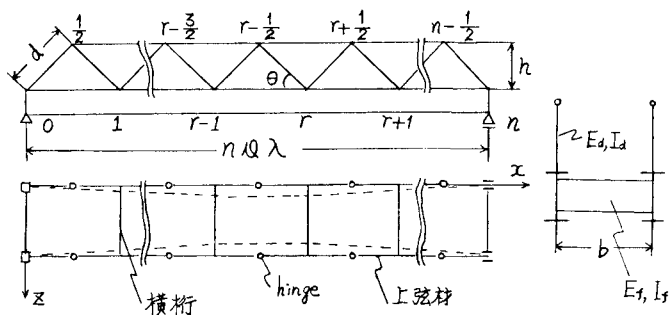


図-1

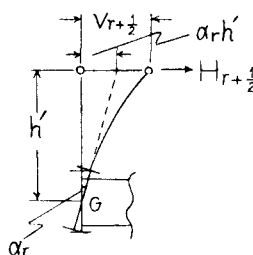


図-2 $r + \frac{1}{2}$ 点における弾性反力

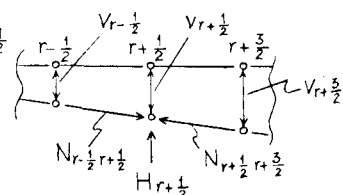


図-3 $r + \frac{1}{2}$ 点における力

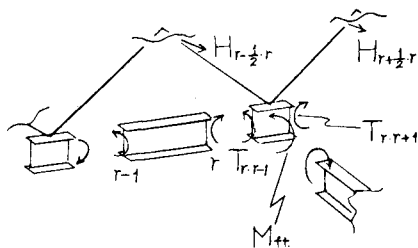


図-4 r 点における z 軸方向モーメント

ただし $\beta_1 = 2 \left(\frac{E_d I_d}{GJ} \right) \left(\frac{\lambda}{b} \right) + 6 \left(\frac{E_d I_d}{GJ} \right) \left(\frac{\lambda}{d} \right) \left(\frac{h'}{d} \right)^2$, $\beta_2 = 3 \left(\frac{E_d I_d}{GJ} \right) \frac{\lambda h'}{d^3}$, $\Delta^2 \alpha_{r-1} = \alpha_{r+1} - 2\alpha_r + \alpha_{r-1}$.

3. 解式

今、上弦材の軸力が全長にわたって一定と考える場合 (2) 式は

$$N \Delta^2 V_{r-\frac{1}{2}} + (2V_{r+\frac{1}{2}} - \nabla \alpha_r h') \frac{3E_d I_d \lambda}{d^3} = 0 \quad (6)$$

(5) 式, (6) 式にフーリエ変換と分変換を作用させ, 境界条件を考慮すると

$$\begin{pmatrix} ND_i - \frac{6E_d I_d \lambda}{d^3} & \frac{6E_d I_d h' \lambda}{d^3} \cos \frac{i\pi}{2n} \\ -2\beta_2 \cos \frac{i\pi}{2n} & D_i + \beta_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{S}_i(V_{r+\frac{1}{2}}) \\ \bar{S}_i(\alpha_r) \end{pmatrix} = 0 \quad (7)$$

ただし $\bar{S}_i(V_{r+\frac{1}{2}}) = \sum_{r=0}^{n-1} V_{r+\frac{1}{2}} \sin \frac{i\pi}{n} (r + \frac{1}{2})$, $\bar{S}_i(\alpha_r) = \sum_{r=1}^{n-1} \alpha_r \sin \frac{i\pi}{n} r$, $D_i = 2(1 - \cos \frac{i\pi}{n})$.

$\bar{S}_i(V_{r+\frac{1}{2}})$, $\bar{S}_i(\alpha_r)$ が解をもつためには係数行列式をゼロとしなければならない。

$$\frac{Nd^3}{6E_d I_d \lambda} = \frac{1}{D_i + \beta_1} \left(1 + \frac{\beta_2 h'}{2} + \frac{\beta_1 - 2\beta_2 h'}{D_i} \right) \quad (i=1, 2, \dots, n-1) \quad (8)$$

上式で N を最小とするものは D_i を極大とするものすなわち $i=n-1$ のときである。従って (8) 式は

$$\frac{Nd^3}{6E_d I_d \lambda} = \frac{1}{2(1 + \cos \frac{\pi}{n}) + \beta_1} \left\{ 1 + \frac{\beta_2 h'}{2} + \frac{\beta_1 - 2\beta_2 h'}{2(1 + \cos \frac{\pi}{n})} \right\} \quad (9)$$

次に上弦材の軸力が変化する場合は (5) 式をマトリックス表示すると

$$[A] \{ \alpha_r \} = \beta_2 \{ V_{r+\frac{1}{2}} + V_{r-\frac{1}{2}} \} \quad (10)$$

ただし $\{ \alpha_r \} = \{ \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r, \dots, \alpha_{n-1} \}^T$, $\{ V_{r+\frac{1}{2}} + V_{r-\frac{1}{2}} \} = \{ V_{\frac{1}{2}} + V_{\frac{3}{2}}, \dots, V_{n-\frac{1}{2}} + V_{n-\frac{3}{2}} \}^T$
 $[a_{ij}]$ を $[A]$ の i 行 j 列要素とすると, $[a_{ii}] = 2 + \beta_1$, $[a_{i,i+1}] = [a_{i,i-1}] = -1$, それ以外は $[a_{ij}] = 0$ となる。

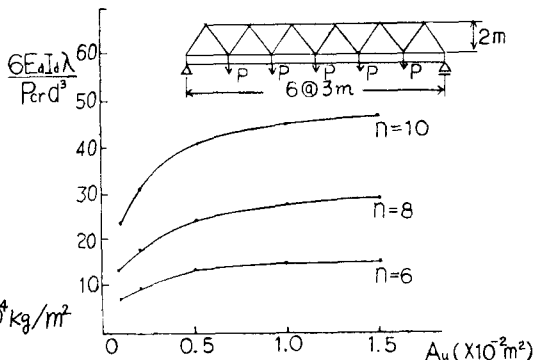
(10) 式より
$$\{ \alpha_r \} = \beta_2 [A]^{-1} \{ V_{r+\frac{1}{2}} + V_{r-\frac{1}{2}} \} \quad (11)$$

(11) 式と応力解析⁽¹⁾より求めた上弦材軸力 $N_{r+\frac{1}{2}-r-\frac{1}{2}}$ (下部格点に作用する荷重 P で表される) を (2) 式に代入し, 変位ベクトル $\{ V_{\frac{1}{2}}, V_{\frac{3}{2}}, \dots, V_{n-\frac{1}{2}} \}^T$ の係数行列式をゼロとおくことにより, 限界荷重 P_{cr} を求めることができる。

4. 数値計算例

計算は, 荷重 P がすべての下部格点に作用する場合を行なったものである。計算に用いた諸数値は以下のとおりである。

$$\begin{cases} n=6, 8, 10, E_g=E_d=E_u=E_f=2.1 \times 10^{10} \text{ kg/m}^2 \\ \lambda=3\text{m}, h=2\text{m}, h'=2.52\text{m}, d=2.5\text{m}, b=4\text{m} \\ A_g=0.03\text{m}^2, A_d=0.005\text{m}^2, I_g=6.036 \times 10^{-3} \text{ m}^4 \\ I_d=3.308 \times 10^{-5} \text{ m}^4, I_f=1.0 \times 10^{-3} \text{ m}^4, GJ=24.3 \times 10^4 \text{ kg/m}^2 \end{cases}$$



(参考文献) (1) 能町, 岩崎; トラスドガーダーの弾性挙動について, 第31回年次学術講演概要集 I-84

(2) Timoshenko & Gere; Theory of Elastic Stability