

北海道大学 学生員 高橋 義裕

北海道大学 正員 能町 純雄

北海道大学 正員 角田 与史雄

1. ま え が き

I-型断面梁の上フランジ直接載荷による不安定問題は、従来断面不変の仮定にもとづいて導かれる横たわれ座屈問題¹⁾としてあつかわれているが、本論文では、有限折板法²⁾を用いて議論をすすめる。この様にして座屈時の断面変形を考慮しつつ求められた座屈荷重が梁の幾何学的パラメーターによってどの様に变化するかを検討した。

2. 解析方法

図-1に示す様なI-型断面梁の上フランジに直接荷重が作用する場合について、まず有限折板法を用いて座屈応力分布を求める。次にその座屈応力分布により変形している図-2で示される1つの折板要素の全ポテンシャルエネルギー³⁾は、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \pi = & \int_0^L \int_0^b \int_{-\frac{1}{2}t}^{+\frac{1}{2}t} (\sigma_z \varepsilon_z + \sigma_y \varepsilon_y + \tau_{xy} \gamma_{xy}) dx dy dz \\ & - \int_0^L \int_0^b \int_{-\frac{1}{2}t}^{+\frac{1}{2}t} (\bar{\sigma}_x u + \bar{\sigma}_y v + \bar{\sigma}_z w) dx dy dz \\ & - \left[\int_0^L \int_{-\frac{1}{2}t}^{+\frac{1}{2}t} (\tilde{\sigma}_x u + \tilde{\tau}_{xy} v + \tilde{\tau}_{xz} w) dy dz \right]_0^L \\ & - \left[\int_0^L \int_{-\frac{1}{2}t}^{+\frac{1}{2}t} (\tilde{\sigma}_y v + \tilde{\tau}_{yx} u + \tilde{\tau}_{yz} w) dx dz \right]_0^b \quad \text{--- (1)} \end{aligned}$$

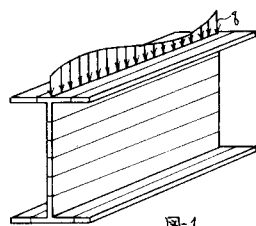


図-1

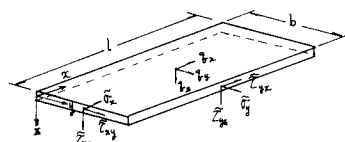


図-2

ここで $\bar{\sigma}_x, \bar{\sigma}_y, \bar{\sigma}_z$ は、それぞれ x, y, z 方向への単位体積あたりの分布外力であり、 $\tilde{\sigma}_x, \tilde{\sigma}_y, \tilde{\tau}_{xy}, \tilde{\tau}_{yx}, \tilde{\tau}_{xz}, \tilde{\tau}_{zx}$ は、面端断面の x, y, z 方向への表面力である。本論文において、 x 軸方向の境界条件は、両端単純支持とし、折板要素の面内変位は、短辺方向の一次関数、面外変位も同じく短辺方向の三次関数を仮定し、ポテンシャルエネルギー停留原理より座屈を起す面内応力が x の関数で示される折板要素についての固有値剛性マトリックスを誘導し、有限フーリエ変換によって次式で示される剛性方程式を得る。

$$\{F\}_e = [K]_e \{\delta\}_e - [K_q]_e \{\delta\}_e \quad \text{--- (2)}$$

ただし $\{F\}_e$; 折板要素における節線外力ベクトル

$[K]_e$; 折板要素の剛性マトリックス

$\{\delta\}_e$; 折板要素における節線変位ベクトル

$[K_q]_e$; 折板要素の安定係数マトリックス である。

また安定係数マトリックス $[K_q]_e$ の各係数は、座屈応力分布を表わす無限級数和の複雑な表現で与えられる。

こうして得られた折板要素の剛性方程式を一般の有限要素法の手法に従って全要素にわたって重ね合わせることにより局所座標系から全体座標系への座標変換を行ない系全体の剛性方程式が次の様に表わされる。

$$\{F\} = [K] \{\delta\} - [K_q] \{\delta\} \quad \text{--- (3)}$$

座屈問題では、節線外力ベクトル $\{F\} = \{0\}$ であるから式(3)は、同次式となり、同式を変形する事により $\frac{d^2}{dx^2}$ を固有値とする座屈問題の基本式が次式の様に求まる。

$$\left[[\tilde{K}] - \frac{E^2}{D\pi^2} [\tilde{K}_*] \right] \{ \delta \} = \{ F \} \quad (4)$$

3. 数値計算

数値計算で使した断面形として圧延H形鋼(JIS G 3192-1971)⁴⁾の中から次の2例について計算を行った。載荷状態は、上フランジに等分布線荷重が作用するものとし、板要素の分割数は、フランジ部を2分割、ウェブ部を8分割で行なった。

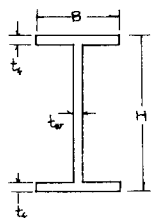


図-3

断面形状

	H	B	t _w	t _f
Case-I	600	200	11	17
Case-II	900	300	16	28

$$D = \frac{E t_w^3}{12(1-\nu^2)}$$

(単位mm)

図-4と図-5は、横軸に η/H を縦軸に座屈係数 k をとりプロットしたものである。

断面の変形モードより図-4と図-5のピーク値より左側の領域においては、ウェブの局部座屈が見られる右側の領域においては曲げ座屈が見られる。図-6は、求められた座屈係数より曲げ応力を計算しその曲げ応力と鋼材 SM50 の降伏点応力 3200 kg/cm^2 との比を縦軸にとり示したものである。縦軸の1.0を越える領域は、弾塑性状態で座屈、あるいは、終局状態となる領域である。なお図-4、図-5の一点鎖線は、はり理論にもとづく文献⁵⁾より求めた値である。

4. あとがき

以上有限折板法を用いて工型断面梁の上フランジに荷重が載荷された場合、弾性座屈荷重を決定する事ができた。等分布線荷重の場合、 x 軸方向、座屈モードをサイゾの1波、3波の合成とした場合と、サイゾの1波のみとして計算した結果とは、ほとんど差がないことが確認できたので計算は、すべてサイゾの1波のみで行なった。本方法により工型断面梁において、曲げ応力、せん断応力、鉛直方向応力を同時に考慮した場合、弾性座屈が明確になった。このほか集中荷重、部分分布荷重が作用する場合についても同様の解析がでる。

計算には、北海道大学大型計算機センターの FACOM230-75を使用した。

5. 参考文献

- 1) Timoshenko, S.P. and Gere, J.M.; Theory of Elastic Stability. 2nd ed. McGraw Hill, N.Y. 1961.
- 2) 吉田宏一郎; 帯板要素による平板構造の座屈解析, 日本造船学会論文集, 第130号, 1972.
- 3) Washizu, K.; Variational Methods in Elasticity and Plasticity, Pergamon Press, 1963.
- 4) 土木学会; 土木工学ハンドブック 資料編 技報堂
- 5) Winter, G.; Lateral Stability of Unsymmetrical I-Beams and Trusses in Bending, ASCE, Trans, 1943. Vol. 108.

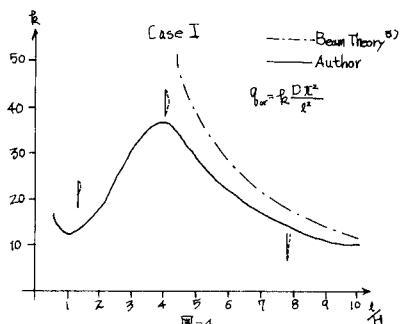


図-4

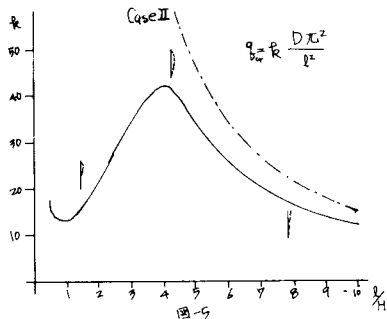


図-5

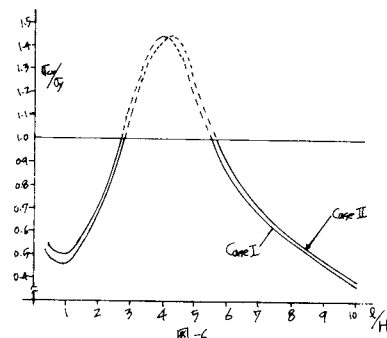


図-6