

東京都立大学 正会員 伊藤文人
同 同 ○長嶋文雄

1. まえがき トラス橋の動的応答解析に際して構造上、立体トラスとして取扱う必要が生ずる場合がある。例えば、上路トラス橋では上部に重い床版が位置し、相対的に下部の軽い構造となり、全体をいわゆる梁と見做す解析ではカバーしきれない部分が生じてくる。ところで立体トラス橋では一般に1断面当り12自由度を持つので、少し長い支間のものを扱おうとすると変数の数が急速に増加し、事實上解析が困難となる問題点があり、適当なモデル化を行ない変数の数を極力減らす試みが必要となってくる。本報告では変数変換によってどのような動力学的モデルができるかについて検討し、さらに長方形断面を有する平行弦立体トラス橋の動的応答特性、特に橋軸に対して直角な水平方向の応答変位について若干考察を行なう。

2. 動力学的モデル 変数変換による種々のモデル化の試みがせん断場理論を用いてなされている^{1), 2), 3)}が、ここでは次のような考え方をしている。すなわち薄肉弾性梁も平行弦立体トラスも構造的には6個の平面で3次元的に構成された要素の集合であり、本質的には差異がなく、特に薄肉弾性梁理論で使用する変数に変換する必要性はあまりない。本論によれば、トラス構造としての剛性、質量マトリックスのみで作業を展開していくことができる。図-1は立体トラスの要素であるがこの*i*断面における振動の変形パターンは各次のモードにかかわらず図-2に示すように12個存在する。ここで $(\varphi_i), (\delta_i), (\bar{u}_i), (\bar{v}_i)$ は横桁と重直材の伸縮のない断面変形形状であり、 $(\xi_i), (G_i), (E_i), (V_i)$ は横桁、重直材の伸縮による変形形状、 $(\bar{w}_i), (\theta_{y_i}), (\theta_{x_i}), (\delta_i)$ は橋軸方向変形に関するものである。このようにあらかじめ振動の変形パターンが知られていれば、要素に関する変数を変形パターンに対して変換することにより変形パターン相互の連成関係が明らかになり、注目する振動に関係のない連成しない変形パターンに相当する変数を省略することができる。表-1は図-2で示された12個の変形パターンに対する変数変換を行なった後のトラス要素の剛性マトリックスを模式的に表わしたもので、各変形パターン相互の連成関係が示されている。橋軸方向変位 δ_i を除けば各変形パターンは互いに連成していることがわかる。しかし、横桁、重直材の伸縮による断面変形形状が無視できれば、表-1中、点線で囲まれた部分のような連成関係が得られる。トラス橋では他の部材に対して断面の大きい横桁、重直材が使用されるので、これらを剛部材とする考え方ができる。剛部材の扱いは4)に示してある。すなわち、

$$u_2 = u_1, u_4 = u_3, v_3 = v_1, v_4 = v_2 \quad (1)$$

として変数の数を12から8に減らし、再び変数変換マトリックス

$[C]$ を用いて変換を行なえば、剛性、質量、床版質量に対して表-2の結果が得られる。但し、床版の剛性は考慮せず、その変位関数 $\{u\}$ は式(2)を用いている。

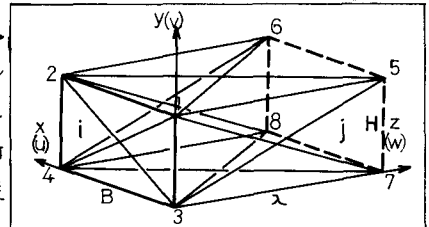


図-1 トラス要素

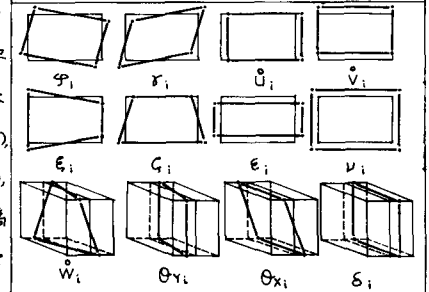


図-2 変形パターン

	φ_i	δ_i	$\bar{u}_i$	$\bar{v}_i$	ξ_i	G_i	E_i	V_i	$\bar{w}_i$	θ_{y_i}	θ_{x_i}	δ_i
φ_i	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
δ_i	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
$\bar{u}_i$	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
$\bar{v}_i$	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
ξ_i	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
G_i	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
E_i	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
V_i	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
$\bar{w}_i$	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
θ_{y_i}	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
θ_{x_i}	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
δ_i	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

表-1 剛性マトリックスに關する変形パターン連成表

$$[C] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 \\ \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & \sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

変換マトリックス

$$\{\phi\} = \{(1-\frac{1}{2})\phi_1, (1-\frac{1}{2})\phi_2, (1-\frac{1}{2})\phi_3, (1-\frac{1}{2})\phi_4, (1-\frac{1}{2})\phi_5\} \quad (2)$$

[C]は標準化されたマトリックスで、 $\det. [C] \neq 0$, $[C]^T = [C]^{-1}$ の性質がある。剛性マトリックスと質量マトリックスでは $\phi_i^* = \delta_i^* - w_i^*$ (捻り), $u_i^* = \theta_{yi}^*$ (鉛直軸まわり曲げ), $v_i^* = \theta_{xi}^*$ (水平軸まわり曲げ) にそれぞれ連成が見られる。すなわち、捻れと各主軸まわりの曲げ、橋軸方向変位 (δ_i^*) は互いに独立な現象であり、断面ごとに捻りでは3、曲げでは2、軸方向変位では1だけの自由度を考えれば良いことになる。しかし床版が存在する場合、捻り振動と水平方向曲げ振動に連成がおり、また鉛直方向への曲げ振動と軸方向振動の間に連成が生ずることになる。これは断面の重心がY方向に移動した結果によるものである。このことより、捻りと水平曲げ振動を問題にするときには1断面当たり、5自由度が必要となることがわかる。

3. 橋方向振動解析 図-3に示すような床版のついた立体トラスを前述の1断面当たり5自由度のモデルとして解析した。拘束条件は図中に示すように平面的には単純支持とし、橋軸直角方向に支点入力した。橋方向変位は $[C]^T$ を用いて逆変換することによって求められるが、図-4は1~5次までの上下(U, L)橋桁の変位モード図である。入力として左側(L)、右側(R)支点到それぞれ図-5(a)~(d)に示すような波形を持つものを用いた。下橋桁からhrにおける絶対応答変位 u_r を上下の橋桁の絶対応答変位から線形換算し、トラス中央部のこの応答波形を図-5(e), (f)に示した。 u_r は図-3中黒丸で示した離散的な位置におけるものである。補間多項式により、その間の応答を近似的に求めた。それにより、質量のない単輪が走行した場合の軌跡の変化を3種の速度 (70 km/h^{R1} , 120 km/h^{R2} , 160 km/h^{R3}) について求めた結果が図-5の(g)である。

4. まとめ 長方形断面を有する平行弦立体トラスの振動問題を扱う場合、橋桁、垂直材を剛なものとし、また断面の変形パターンに注目して適当な変数変換を行えば、水平方向振動だけに着目する場合は1断面当たり5自由度を考慮すれば十分であることがわかった。この解析モデルを用いて、ランダム波入力に対する床版のある立体トラス橋の水平方向振動応答を求めたところ、全体的には1次周期で大きく振れ、トラス中央部の下橋桁からhrの高さの応答変位は床版質量に起因する重心移動の影響を受け、かなり増幅される傾向が見られた。

	ϕ_i^*	δ_i^*	w_i^*	u_i^*	θ_{yi}^*	v_i^*	θ_{xi}^*	δ_i^*
ϕ_i^*	$\Delta \times$	$\Delta \times$	$\Delta \times$	$\Delta \times$	$\Delta \times$	$\Delta \times$	$\Delta \times$	$\Delta \times$
δ_i^*	$\Delta \times$	$\Delta \times$	$\Delta \times$	$\Delta \times$	$\Delta \times$	$\Delta \times$	$\Delta \times$	$\Delta \times$
w_i^*	$\Delta \times$	$\Delta \times$	$\Delta \times$	$\Delta \times$	$\Delta \times$	$\Delta \times$	$\Delta \times$	$\Delta \times$
u_i^*	$\Delta \times$	$\Delta \times$	$\Delta \times$	$\Delta \times$	$\Delta \times$	$\Delta \times$	$\Delta \times$	$\Delta \times$
θ_{yi}^*	$\Delta \times$	$\Delta \times$	$\Delta \times$	$\Delta \times$	$\Delta \times$	$\Delta \times$	$\Delta \times$	$\Delta \times$
v_i^*	$\Delta \times$	$\Delta \times$	$\Delta \times$	$\Delta \times$	$\Delta \times$	$\Delta \times$	$\Delta \times$	$\Delta \times$
θ_{xi}^*	$\Delta \times$	$\Delta \times$	$\Delta \times$	$\Delta \times$	$\Delta \times$	$\Delta \times$	$\Delta \times$	$\Delta \times$
δ_i^*	$\Delta \times$	$\Delta \times$	$\Delta \times$	$\Delta \times$	$\Delta \times$	$\Delta \times$	$\Delta \times$	$\Delta \times$

表-2 変形パターン/連成表

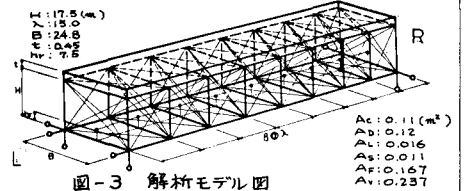


図-3 解析モデル図

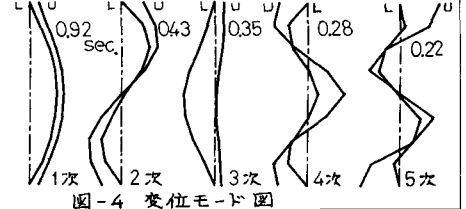


図-4 変位モード図

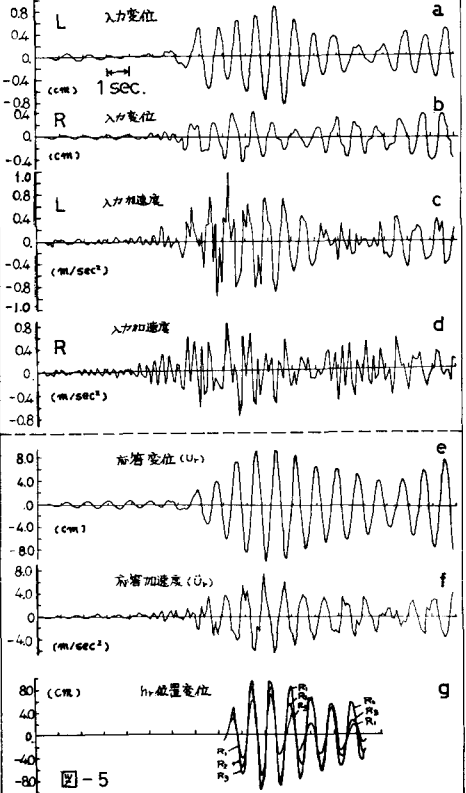


図-5

参考文献 1) 会田; トラスげたの自由振動の立体解析, 土木学会論文報告集第163号 1969年3月。

2) 中村; 断面変形を考慮した薄肉ばりの振動解析, 土木学会論文報告集第223号 1974年3月。 3) 林, 田中, 植丸; 断面変形を考慮した薄肉弾性ばり理論によるトラス橋の立体振動解析, 土木学会論文報告集第261号 1977年5月

4) 伊藤, 長嶋; 長方形断面を持つ平行弦立体トラスのモデル化及び水平方向振動応答, 土木学会4回関東支部概要集 1977年1月