

北海道大学工学部 学生員 今野 信一

北海道大学工学部 正 員 渡辺 昇

北海道大学工学部 正 員 林川 俊郎

1) まえがき

多径間連続桁の走行荷重による振動解析については、文献1)、2) においてすでに発表した。

今回は、多径間連続桁の支点がバネ支承の場合について発表する。

2) 理論の概要

桁の曲げ振動の基礎微分方程式は、式(1)である。

$$EI \frac{\partial^4 W(x, t)}{\partial x^4} + 2n\rho \frac{\partial W(x, t)}{\partial t} + \rho \frac{\partial^2 W(x, t)}{\partial t^2} = P(x, t) \quad \dots\dots(1)$$

ここで、 ρ = 桁の単位長さ質量 [q / g]

q = 桁の単位長さ自重 [t / m]

g = 重力加速度 [m / s²]

EI = 桁の曲げ剛性 [t · m²]

n = 桁の粘性減衰定数 [1 / s]

$W(x, t)$ = 桁の動たわみ [m]

$p(x, t)$ = 分布荷重強度 [t / m]

動たわみ $W(x, t)$ は、 $X_k(x)$ 、 $T_k(t)$ を、

それぞれ第 k 次固有関数、一般座標とすると次式

で与えられる。

$$W(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} T_k(t) X_k(x) \quad \dots\dots(2)$$

任意の境界条件を満足する固有関数は、各径間において、求められているものとする。

$$X_k(x) = X_k(x_i) = A_{ki} \cos \beta_{ki} x_i + B_{ki} \sin \beta_{ki} x_i + C_{ki} \cosh \beta_{ki} x_i + D_{ki} \sinh \beta_{ki} x_i \quad \dots\dots(3)$$

(for $x_i = x - \sum_{j=1}^{i-1} l_j$)

一般座標に関する運動方程式、解は次式のとおりである。

$$\ddot{T}_k(t) + 2n\dot{T}_k(t) + \omega_k^2 T_k(t) = \frac{P}{N_k^2} X_k(vt) \quad \dots\dots(4)$$

$$T_k(t) = e^{-nt} [T_k(0) \{ \cos \alpha_k t + \frac{n}{\alpha_k} \sin \alpha_k t \} + \dot{T}_k(0) \frac{1}{\alpha_k} \sin \alpha_k t] + \frac{r_k}{\alpha_k} \int_0^t X_k(v\tau) e^{-n(t-\tau)} \sin \alpha_k(t-\tau) d\tau \quad \dots\dots(5)$$

ここで、 ω_k は桁の固有円振動数であり、 p 、 v は車両の重両、走行速度である。

ただし $\omega_k^2 = (\frac{EI}{\rho l_i^3}) \beta_{ki}^4$ 、 $\beta_{ki} l_i = \lambda_{ki}$ 、 $r_k = \frac{P}{N_k^2}$ 、 $\alpha_k = \sqrt{\omega_k^2 - n^2}$

$$N_k^2 = \int_0^{l_1+\dots+l_n} \rho X_k^2(x) dx = \sum_{i=1}^n \rho l_i (A_{ki}^2 + B_{ki}^2 + C_{ki}^2 + D_{ki}^2) / 2, \int_0^{l_1+\dots+l_n} \rho X_j(x) X_k(x) dx = 0 \quad (j \neq k) \quad \dots\dots(6)$$

$$P(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{P}{N_k^2} \rho X_k(x) X_k(vt), \quad \dots\dots(7)$$

以上により、任意の境界条件を満足する固有関数と、アフィン荷重展開により強制力に対して求まる一般座標によって、動的たわみが求まる。また、一般座標の強制振動項である Duhamel 積分は、固有関数の定義区間ごとに、解析的に定積分できる。

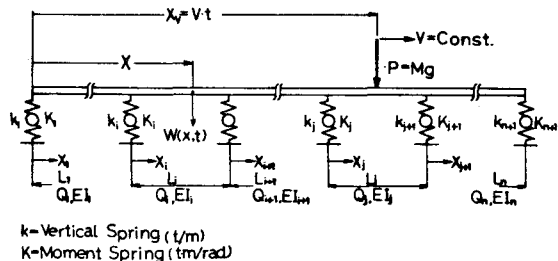


Fig-1.

固有値、積分定数 $A_k \sim D_k$ を求める方法としては、「伝達マトリックス法」、あるいは「剛性マトリックス法」を用いたが、橋梁系の支持条件、断面比等はこの解析過程で考慮されている。ただし、弾性支持点がある場合に、固有値の接近や計算誤差が生じるので、適当な近似や単元化を行なう必要がある。桁の粘性減衰定数は次数によらず一定とした。系の第 k 次固有振動に対する対数減衰率を δ_k とすると、 $n = \delta_k \cdot \omega_k / 2\pi$ ($\approx \text{const}$) なる関係があり、1次のみを考えた。動的特性の検討には、動的増加率 D. A. F. と速度パラメータ θ なるものを用いる。

$$D. A. F. = \left(\frac{\text{最大動たわみ} - \text{最大静たわみ}}{\text{最大静たわみ}} \right) \times 100 \% \quad \cdots (8)$$

$$\theta = \left(\frac{\lambda_{nv}}{l_1} \right) / \omega_1 = \frac{v l_1}{\lambda_{nv} \sqrt{EI_1}} \cdot \rho_1 = \frac{q_1}{g} \quad \cdots (9)$$

3) 数値解析例

以下にある断面諸元の 3 径間連続桁について、中間の 2 支点を弾性支持点と考え、鉛直バネ定数を種々変化させて計算した。

$$\begin{cases} l_1 = l_2 = l_3 = 20 \text{ m}, & EI_1 = EI_2 = EI_3 = 2 \times 10^5 \text{ t} \cdot \text{m}^2 \\ q_1 = q_2 = q_3 = 1 \text{ t/m}, & P = 1 \text{ t} \\ k' = k \left(\frac{l_1^3}{EI_1} \right); & k = \text{実際の鉛直バネ定数 (t/m)} \\ K' = K \left(\frac{l_1}{EI_1} \right); & K = \text{実際の回転バネ定数 (t} \cdot \text{m/rad)} \\ \delta = 2\pi \cdot n / \omega_1; & \text{対数減衰率} \end{cases}$$

動たわみの級数収束は 10 次までとった。 $k' = 10000.0$ 以上では、動たわみ、D. A. F. とともに、剛支承 ($k' = \infty$) の場合と 1 ~ 2 % 前後の差しか生ぜず、ほぼ、剛支持された連続桁とみなすことができる。対数減衰率 δ が大きくなると一般に、D. A. F. は減少し $\delta = 0.2$ とすると $\delta = 0.0$ の場合に比べ、D. A. F. が、4 ~ 8 % 小さくなる。減衰効果について上記の断面諸元で、 $l_2 = 3.0 \text{ m}$ にした剛支承 3 径間連続桁の D. A. F. を下図に示す。

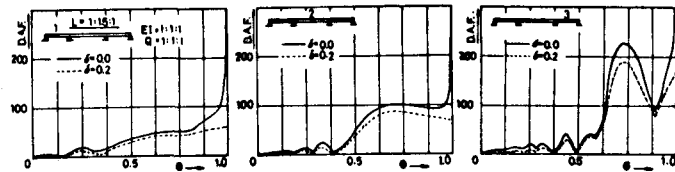


Fig-6

本計算には、北海道大学大型計算機センターの FACOM 230-75 を使用した。

〔参考文献〕 1) 下山、渡辺、林川：多径間連続桁の走行荷重による振動性状について 土木学会第32回年次学術講演会講演概要集
2) 下山、渡辺、林川：変断面連続桁の走行荷重による振動性状について 土木学会北海道支部論文報告集第34号 3) 伊藤、片山 橋梁構造の振動減衰 土木学会論文集第117号

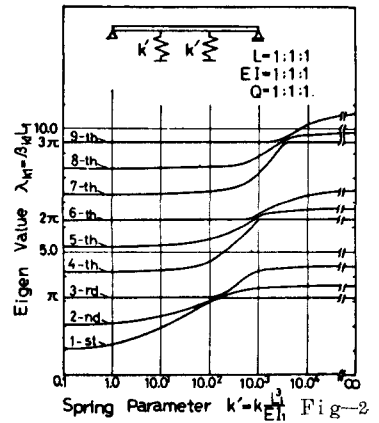
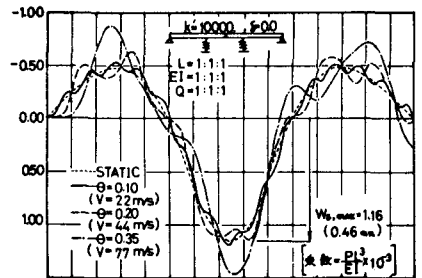


Fig-2



2 Span Center Dynamic Inf. Line Fig-3

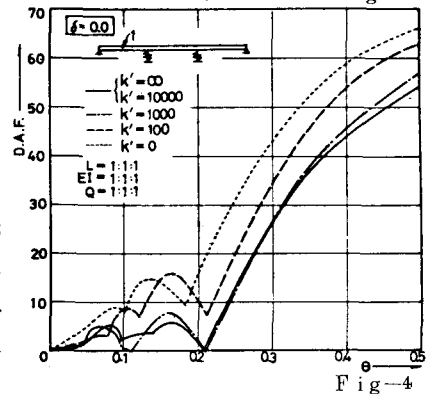


Fig-4

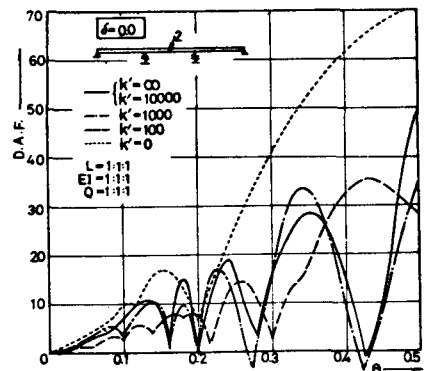


Fig-5