

北海道大学工学部	正員	林 川 俊 郎
北海道大学工学部	正員	渡 辺 昇
本州四国連絡橋公団	正員	大 島 久

1. まえがき

走行荷重による橋梁(道路橋, 鉄道橋)の振動解析は古くから行なわれ, 数多くの研究論文^{1,2)}が発表されている。しかし, これらの論文においては, 橋梁構造物を桁としては単純桁, 板としては橋軸方向に両端単純支持された直交異方性板とモデル化される場合が多い。このことから, 著者らは走行荷重による変断面連続桁および任意境界条件をもつ単径間格子桁橋についてすでに発表^{3,4)}している。

この研究の目的は幅員の大きい橋梁をより实际的に, 橋軸方向に連続支持および幅員方向にも連続支持された連続板(連続格子桁橋)と考え, 走行荷重による動的たわみ関数を求める。特別な場合として, 一定荷重が一定速度で走行するとし, 橋梁に生じる動的な影響は走行荷重の作用位置, 着目点, 連続板の形状および境界条件によってどのように変化するかを調べたものである。

2. 振動解析の概要

任意の境界条件をもつ連続板上を走行荷重が移動するとき, その任意の点における動的応答を求める動的たわみ関数を誘導することは, 一般的には非常に困難さをともなう。そこで, 振動解析上の条件として以下のような仮定を設ける。(1)連続板のねじり剛性 $H=0$, ポアソン比 $\nu_x=\nu_y=0$ とする。(2)粘性減衰などによるエネルギー消散は考えない。(3)初期条件および振動にともなう面内力は無視する。(4)走行荷重は集中荷重について考え, 一定速度で左から右へ移動する。特に(2), (3)の粘性減衰, 初期条件については容易に考慮できるが, ここでは, 連続板という構造系を主体にして考えているため, 便宜上, 無視している。

振動解析上の条件から, 各径間における直交異方性板の曲げ振動の基礎微分方程式は周知のごとく次式で与えられる。

$$D_x \partial^4 w / \partial x^4 + D_y \partial^4 w / \partial y^4 + \mu \partial^2 w / \partial t^2 = p(x, y, t) \quad (1)$$

ここに, D_x, D_y は板の曲げ剛性, μ は板の単位面積あたりの質量, w =動的たわみ関数, p =外部荷重関数である。

図-1のように, 走行荷重 P が載荷点 (a_s, b_v) を通過するとし, 各径間の任意な着目点 (x_r, y_u) における重力的たわみ関数 $w(x_r, y_u, t_s)$ と外部荷重関数 $p(x_r, y_u, t_s)$ はそれぞれ次のように級数展開できる⁵⁾。

$$w(x_r, y_u, t_s) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} X_{mr}(x_r) Y_{nu}(y_u) T_{mn}(t_s) \quad (2), \quad p(x_r, y_u, t_s) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} X_{mr}(x_r) Y_{nu}(y_u) P_{mn}(t_s) \quad (3)$$

ここに, $X_{mr}(x_r)$ と $Y_{nu}(y_u)$ はそれぞれ x 方向と y 方向の境界条件を満足する固有関数である。また, $P_{mn}(t_s)$ は荷重展開係数であり, 固有関数の直交性を利用することにより次のように求められる。 $a_s = v t_s$ として,

$$P_{mn}(t_s) = P \cdot X_{ms}(v t_s) Y_{nv}(b_v) / (N_{mx}^2 \cdot N_{ny}^2) \quad (4), \quad \text{ここに, } N_{mx}^2 = \sum_{r=1}^M \int_0^{L_x} X_{mr}(x_r)^2 dx_r, \quad N_{ny}^2 = \sum_{u=1}^N \int_0^{L_y} Y_{nu}(y_u)^2 dy_u$$

上式(2), (3)を式(1)に代入すると, 時間 t_s に関する2階の常微分方程式が得られ, その解は次のようになる。

$$T_{mn}(t_s) = \frac{1}{\alpha_{mn}} \int_0^{t_s} P_{mn}(\tau) \sin \alpha_{mn}(t_s - \tau) d\tau + T_{mn}(0) \cos \alpha_{mn} t_s + \dot{T}_{mn}(0) \frac{1}{\alpha_{mn}} \sin \alpha_{mn} t_s \quad (5)$$

ここに, $\alpha_{mn}^2 = (D_x \beta_{mr}^4 + D_y \beta_{nu}^4) / \mu$, $(\cdot)' = d/dt$ である。この α_{mn} は連続板の固有円振動数を表わしており, $\beta_{mr} = \lambda_{mr} / L_x$, $\beta_{nu} = \lambda_{nu} / L_y$ はそれぞれ x 方向, y 方向の固有値である。

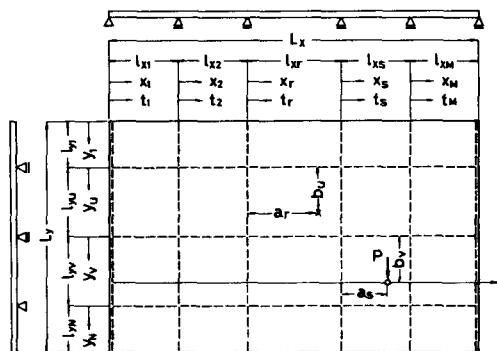


図-1 任意境界条件をもつ連続板

いま、走行荷重が1径間に入る時間($t_0=0$)における連続板のたわみ曲面と、走行荷重が前の(5-1)径間を通過する時間($t_{0-1}=L_{2,5-1}/V$)における連続板のたわみ曲面とは同値である(ここでは、時間的連続条件とよぶ)ことから、式(5)における積分定数 $T_{mn}(0)$ 、 $\dot{T}_{mn}(0)$ は次のように求められる。

$$T_{mn}(0) = \Phi_{mn}(L_{2,5-1}/V) + \Psi_{mn}(L_{2,5-1}/V) \quad \text{-----}(6)$$

$$\dot{T}_{mn}(0) = \dot{\Phi}_{mn}(L_{2,5-1}/V) + \dot{\Psi}_{mn}(L_{2,5-1}/V) \quad \text{-----}(7)$$

ここに、 $\Phi_{mn}(t_0) = \frac{1}{\sqrt{\alpha_{mn}}} \int_0^{t_0} P_{mn}(\tau) \sin \alpha_{mn}(t_0 - \tau) d\tau$

$$\Psi_{mn}(t_0) = T_{mn}(0) \cos \alpha_{mn} t_0 + \dot{T}_{mn}(0) \frac{1}{\alpha_{mn}} \sin \alpha_{mn} t_0$$

したがって、式(2)の動的たわみ関数は次のようになる。

$$w(x, y, t, s) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} X_{mn}(x) Y_{mn}(y) \{ \Phi_{mn}(t_0) + \Psi_{mn}(t_0) \} \quad \text{---}(8)$$

$\Phi_{mn}(t_0)$ はDukamel積分で表示される強制振動の項であり、 $\Psi_{mn}(t_0)$ は時間的連続条件により決まる積分定数を含んだ自由振動の項である。この振動解析では座標と時間を各径間ごとにとっているため、時間的連続条件を考慮する必要がある。しかし、その計算は式(6)、(7)のような漸化式であることから、容易に電算プログラム化ができる。

3. 数値計算例

数値計算例として、橋軸方向には3径間連続支持、幅員方向には自由-中間支持-中間支持-自由の境界条件をもつ連続板について考える。図-2は変断面連続板上を集中荷重 $P=10t$ が一定速度 $V=30m/sec$ で連続板の中央を左から右へ走行するときの着目点(連続板の中央点)における静的たわみと動的たわみの影響線を示したものである。

図-3は上述の条件のもとで、図中のX印を着目点としたときの静的たわみと動的たわみの影響線を示したものであり、第2径間中央点におけるたわみ値は負となる。この図-2、3における動的増加率はそれぞれ6%、15%である。図-4は第1径間中央点を着目点としたときの動的増加率と速度パラメータとの関係を示したものである。尚、本研究における数値計算には、北海道大学大型計算機FACOM230-75を利用した。

(参考文献)

- 1) 山田善一、小堀為雄；ランダム自動車荷重列による道路橋の衝撃に関する研究、土木学会論文報告集、第119号、昭40.7、P1~9
- 2) 平井一男；移動荷重をうける相対2辺単純支持、他の2辺自由なる直交異方性板の振動性状について、同上、第92号、昭38.4、P1~10
- 3) 渡辺昇、林川俊郎、下山哲志；変断面連続橋の走行荷重による振動性状について、土木学会北海道支部論文報告集、第34号、P107~110
- 4) 林川俊郎、渡辺昇、小泉幹男；格子桁橋の走行荷重による振動性状について、第22回土木学会年次学術講演会講演概要集、P350~351
- 5) 渡辺昇、林川俊郎；連続格子桁橋の走行荷重による振動性状について、土木学会北海道支部論文報告集、第34号、P103~106



$Dx=Dy=10^4 tm$ $V=30m/sec$
 $P=10t$ $\mu=0.051 t \cdot sec/m^3$

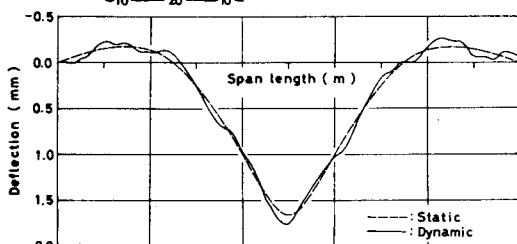
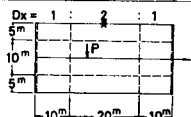
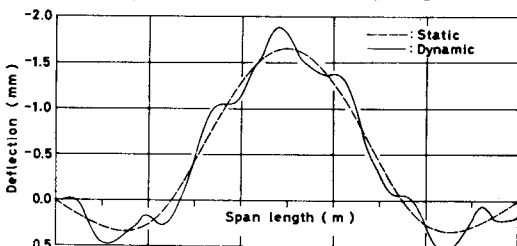


図-2 静的たわみと動的たわみの影響線



$Dx=Dy=10^4 tm$ $V=30m/sec$
 $P=10t$ $\mu=0.051 t \cdot sec/m^3$

図-3 静的たわみと動的たわみの影響線

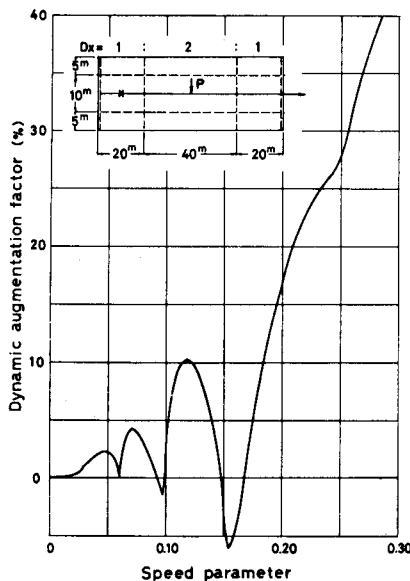


図-4 動的増加率と速度パラメータ