I-267　構造物の動的安定性についての数値解析による一考察

東北大学工学部　正員　倉西　茂

日本鋼管(株)　正員　○津村直宜

1. まえがき

非定常系の安定問題の中に、周期性軸方向力が作用する柱の横振動問題がある（図1）。このような系では、普通の強制振動の共振における振動数の関係と異なり、外力振動数θと、固有振動数Ωとの間に、$\theta = 2\Omega/k$（k=1, 2 ・・・）の関係が成り立つと、系は動力学的に不安定となって、振幅が急速に増大する。

この現象は、単純パラメトリック励起振動と呼ばれ、既に数多くの研究がなされているが、それらのほとんどは、不安定領域や、励振時の定常振幅に関するものであるので、パラメトリック励振時の応答特性については、あまり知られていない。また、一般に、この不安定領域は、線形化された有限変形理論を用いて導出されているが、非線形応答解も、この領域で発散解をもつのかどうか、興味がもたれる。そこで、本研究では、幾何学的非線形性を考慮できる、動的応答プログラムを用いて、主パラメトリック励振時（$\theta \approx 2\Omega$）における、平面骨組構造物の面内応答を求め、各パラメータについて、検討を加えた。

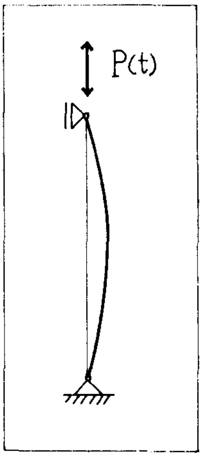

Fig. 1

2. 解析手法

通常、この種の不安定問題では、線形化された有限変形理論に従って、系の攪乱運動の方程式（Mathieu-Hillの方程式）を導き、その微分方程式の解が、発散解をもつ条件から、系の不安定領域を定めている。即ち、系に作用する外力周期をTとすると、パラメトリック励振領域の境界振動数は、その系の攪乱方程式が、不安定領域の境界上で、周期Tまたは2Tの周期解をもつ。そこで、系の離散化を有限要素法に基づいて行なうと、骨組の主励振領域の境界振動数θは、近似的に、式(1)で与えられる。一方、骨組の有限変形応答は、式(2)に示される、増分形式の運動方程式を、逐次、数値積分すれば求められるから、骨組のパラメトリック励振応答も、式(1)で与えられる外力振動数で、式(2)のシミュレーションを行なえば、得られることになる。

$$\det\left| K_e + \alpha K_{G1} \pm \frac{1}{2}\beta K_{G2} - \frac{\theta^2}{4}M \right| = 0 \quad \cdots\cdots (1)$$

ここで、

K_e：線形剛性マトリクス
K_{G1}：非周期性荷重系における初期応力マトリクス
K_{G2}：周期性荷重系における初期応力マトリクス
M：質量マトリクス
θ：主パラメトリック励振領域の境界振動数
α：作用する非周期性荷重の基準荷重に対する比
β：作用する周期性荷重の基準荷重に対する比

$$M\,{}^{t+\Delta t}\ddot{u} + {}^{t}K\,\Delta u = {}^{t+\Delta t}F - {}^{t+\Delta t}R \quad \cdots\cdots (2)$$

ここで、

${}^{t}K$：時刻tの変形形状における剛性マトリクス
${}^{t+\Delta t}F$：時刻t+Δtにおける外力ベクトル
${}^{t+\Delta t}R$：時刻t+Δtにおける不平衡内力ベクトル
${}^{t+\Delta t}\ddot{u}$：時刻t+Δtにおける加速度ベクトル
Δu：時刻tからt+Δtまでの間の、変位増分ベクトル

である。式(2)を数値積分する際には、Newmarkのβ法（β= 1/4）を用いて、次の時間ステップ$t+\Delta t$の加速度を推定しながら、時刻tの剛性を使って、全節点の変位増分が1％以内に収束するまで、反復計算を行なった。これら、各時刻の剛性を導くための非線形ひずみ増分の式や、step-by-step integrationの詳細については、文献(4)、(5)を参照されたい。

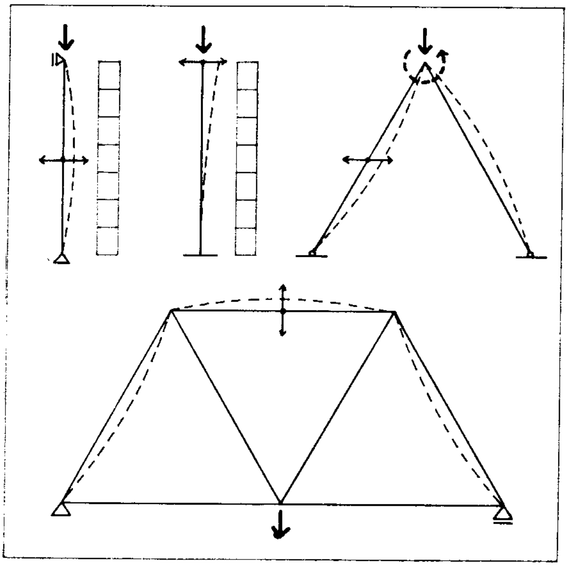

Fig.2. 計算モデル

←　：荷重位置、方向

←•→　：応答曲線を描く際の着目点、方向

-----　：元たわみ形状

←-- □□□　：撹乱荷重

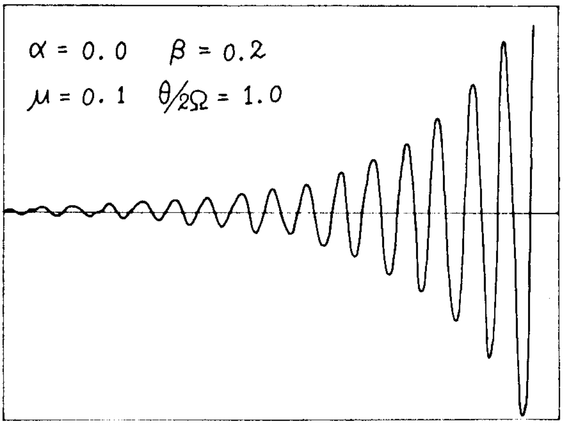

Fig.3 ラーメンの応答曲線

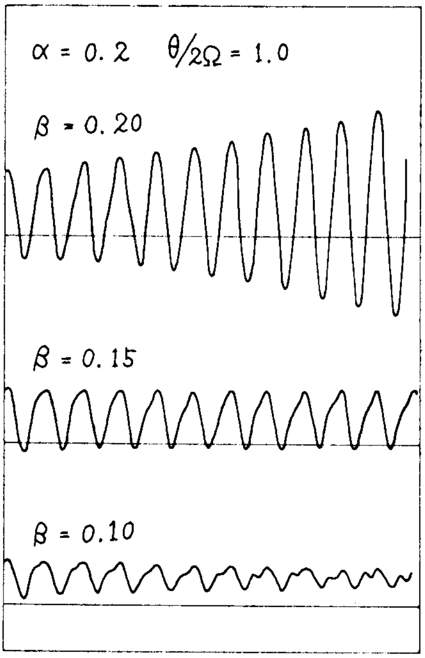

Fig.4 単純支持棒の応答曲線

3、計算結果

計算は、図2に示す、単純支持棒、一端固定一端自由の棒、ラーメン、トラスについて行なった。図中の元たわみと撹乱荷重は、各構造が撹乱運動を起こすのに必要な「僅かな外乱」を想定している。図3には、パラメトリック励振応答の代表的な例として、ラーメンの応答曲線を示す。一方、図4には、式(1)で定められる不安定領域内の外力振動数で起振しても、パラメトリック励振を生じなかった例である。このように、パラメータαの値に対して、βの値が相対的に小さくなると、パラメトリック励振の発達が阻外されて、振動は普通の強制振動におきかわっていくことがわかる。この傾向は、他の計算例でも同様に見られ、非線形応答計算から得られる特徴的な結果ということができる。

4、あとがき

骨組のパラメトリック励起振動について、数値的なシミュレーションを行なった結果、従来の方法で定められる不安定領域内でも、励起振動を生じない計算例を得た。何ゆえ、このような結果が得られるかについては、まだ十分な説明を与えるに至っていないが、安定解析上、大変興味深い結果と考え、ここに発表する次第である。

参考文献　(1) ボローチン「弾性系の動的安定」コロナ社 (2) Brown "Finite Element Solution to Dynamic Stability of Bar" AIAA J. 1968 (3) 會田他「周期性荷重を受ける骨組構造物の弾性安定解析」土木学会論文集 No.249 (4) Bathe " Finite Element Formulation for Large Dynamic Analysis" J. for Num. Meth. in Engin. 1975 (5) 前田他「幾何学的非線形性を考慮した平面骨組構造物の動的応答計算法」土木学会論文集 No.249