I-259　　立体ラーメンの自由振動について

八戸工業大学　正会員　○長谷川　明
八戸工業大学　正会員　　亀山　和男

ラーメンの固有振動数を求める方法として，各部材にnormal functionを設け，境界条件式より求める方法を平面ラーメンに関し用いたが[1]，ここでは，立体ラーメンに適用した。平面ラーメンの場合，部材には，軸力，せん断力と曲げモーメントの３力が働らくものと考えたが，ここで示す立体ラーメンでは，せん断力および曲げモーメントを２方向に考え，さらに軸力およびねじりモーメントがあるため，６力が働らくものと考えている。

i), normal functionの設定

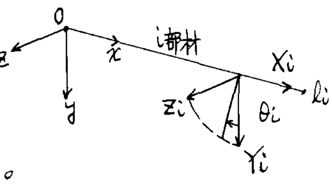
ラーメンを構成する各部材のnormal functionを各部材の軸方向（x方向），軸と直角方向（y, z方向），さらにねじりに対し，それぞれ次のように設定する。

$$X_i = A_i \sin \gamma_o x + B_i \cos \gamma_o x \qquad (1)$$

$$Y_i = C_i \sin \gamma_{yi} x + D_i \cos \gamma_{yi} x + E_i \sinh \gamma_{yi} x + F_i \cosh \gamma_{yi} x \qquad (2)$$

$$Z_i = G_i \sin \gamma_{zi} x + H_i \cos \gamma_{zi} x + I_i \sinh \gamma_{zi} x + J_i \cosh \gamma_{zi} x \qquad (3)$$

$$\theta_i = K_i \sin \gamma_t x + L_i \cos \gamma_t x \qquad (4)$$



ここで，γ_o, γ_{yi}, γ_{zi}, γ_t は，ラーメンの振動数Pと次の関係をもっている。

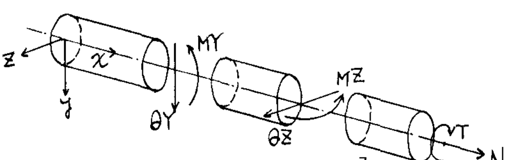
$$P = \sqrt{\frac{E}{\rho}}\,\gamma_o = \sqrt{\frac{EI_{zi}}{\rho S_i}}\,\gamma_{yi}^2 = \sqrt{\frac{EI_{yi}}{\rho S_i}}\,\gamma_{zi}^2 = \sqrt{\frac{GK_{ti}}{\rho I_{oi}}}\,\gamma_t \qquad (5)$$

但し，

E：部材のヤング率　I_{zi}：部材iのz軸に関する断面２次モーメント　G：部材のせん断弾性係数
ρ：部材の密度　I_{yi}：部材iのy軸に関する断面２次モーメント　K_{ti}：部材iのねじり定数
S_i：部材iの断面積　I_{oi}：部材iの断面の重心に関する２次極モーメント

ii), (1)～(4)による軸力(N)，せん断力(QY, QZ)，曲げモーメント(MY, MZ)，ねじりモーメント(T)

(1)～(4)を使うと各部材は次のように表わされる。



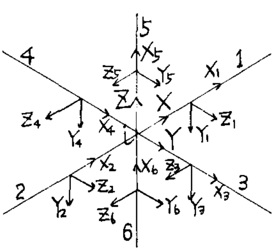
軸力　$N_i = ES_i \dfrac{dX_i}{dx}$　　z軸回りの曲げモーメント　$MY_i = -EI_{zi}\dfrac{d^2Y_i}{dx^2}$

y方向せん断力　$QY_i = -EI_{zi}\dfrac{d^3Y_i}{dx^3}$　　y軸回りの曲げモーメント　$MZ_i = -EI_{yi}\dfrac{d^2Z_i}{dx^2}$

z方向せん断力　$QZ_i = -EI_{yi}\dfrac{d^3Z_i}{dx^3}$　　ねじりモーメント　$T_i = K_{ti}G\dfrac{d\theta_i}{dx}$

iii) 境界条件式

(1)～(4)，およびii)によって右図のような1～6部材が互いに直交している節点iに関し，次のような境界条件式が得られる。ここで節点iにおける座標を図中のようにX，Y，Z，とおく。さらに，添字1，3，5のついたものは$x=0$における値を示し，添字2，4，6のついたも



のは，$x=l_i$（l_iは部材長さ）における値を示す。

1) たわみについて

イ)，X方向について

$$X_1 = X_2 = -Z_3 = -Z_4 = -Z_5 = -Z_6 \qquad (6)$$

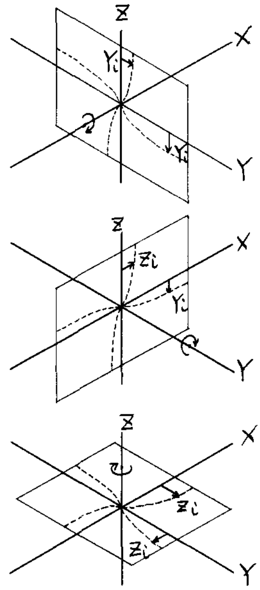
ロ) Y方向について

$$Z_1 = Z_2 = X_3 = X_4 = Y_5 = Y_6 \qquad (7)$$

ハ) Z方向について

$$-Y_1 = -Y_2 = -Y_3 = -Y_4 = X_5 = X_6 \qquad (8)$$

2)，たわみ角について　右図から次の条件式が得られる。



イ)，X平面について

$$-\theta_1 = -\theta_2 = \frac{dY_3}{dx} = \frac{dY_4}{dx} = \frac{dY_5}{dx} = \frac{dY_6}{dx} \qquad (9)$$

ロ) Y平面について

$$\frac{dY_1}{dx} = \frac{dY_2}{dx} = \theta_3 = \theta_4 = -\frac{dZ_5}{dx} = -\frac{dZ_6}{dx} \qquad (10)$$

ハ) Z平面について

$$\frac{dZ_1}{dx} = \frac{dZ_2}{dx} = \frac{dZ_3}{dx} = \frac{dZ_4}{dx} = \theta_5 = \theta_6 \qquad (11)$$

3)．力およびモーメントのつりあいから次の境界条件式が得られる。

イ) X方向の力　$-QY_1 + QY_2 - QY_3 + QY_4 + N_5 - N_6 = 0$　(12)

ロ) Y方向の力　$N_1 - N_2 - QZ_3 + QZ_4 - QZ_5 + QZ_6 = 0$　(13)

ハ) Z方向の力　$QZ_1 - QZ_2 + N_3 - N_4 + QY_5 - QY_6 = 0$　(14)

ニ) X軸回りのモーメント　$-T_1 + T_2 + MY_3 - MY_4 + MY_5 - MY_6 = 0$　(15)

ホ) Y軸回りのモーメント　$MY_1 - MY_2 + T_3 - T_4 + MZ_5 - MZ_6 = 0$　(16)

ヘ) Z軸回りのモーメント　$MZ_1 - MZ_2 + MZ_3 - MZ_4 + T_5 - T_6 = 0$　(17)

iv)，γ_0，γ_{yi}，γ_{zi}，γ_t，およびA_i〜L_iの計算

iii)で得られた(6)〜(17)の境界条件式は，i)，ii)によって，いずれも，未知係数A_i〜L_iの一次式で表わされている。そこで，(6)〜(17)の境界条件式は，$[k_{ij}]\{A_i\}=\{0\}$ というマトリックスの式で書かれ，$|k_{ij}|=0$より，γ_0，γ_{yi}，γ_{zi}，γ_tが求まる。

〔参考文献〕

1) 長谷川・亀山：「トラス橋の振動解析に関する基本的考察」土木学会第32回年次学術講演会講演概要集 1977.
長谷川・亀山：「ラーメンの自由振動に関する一考察」：昭和52年度東北支部技術研究発表会講演概要 1978