

札幌工業大学 正員 大島 俊之
工大工学部 正員 有田 昭弘

1. まえがき

従来、長方形断面および正方形断面の棒中を伝播する、弾性波速度に関する問題は多くの研究者によって研究されてきたが、著者らに知り得る最近の研究では R.D. Mindlin and E.A. Fox¹⁾, W.B. Fraser²⁾, N.J. Nigro³⁾, 田中、若橋⁴⁾ の研究が上げられる。著者らは本論文において、正方形断面の棒中を伝播する6つのモード(波動パターン)を対象とし、有限フリス4法理論から導いた長方形断面フリス4法に関する動的関係式を用いて、構造を数式化し、これを離散型の有限フリス4法に変換する有限Fourier変換と変換を応用することによって、固有行列式から求める位相速度を求め、これを他の数値計算結果と比較することによって、分割数nの増加による精度の変化を調べる。次に有限Fourier変換と変換の特性を明らかにするため、正方形断面内に等間隔に配置した縦横補強材を長方形フリス4の節点に集中する断面種としてモデルにすることによって、二種の複合材料部材の棒中を伝播する位相速度を求め、これに及ぼす補強材と母材の密度比、弾性係数比の影響について検討する。

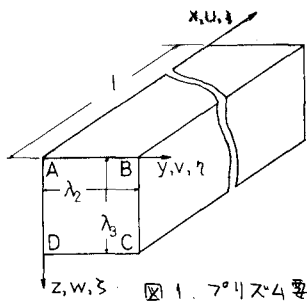


図1. フリス4要素

2. 解析理論

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (1) \quad \text{ただし } \rho = \text{密度 (母材)}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (2) \quad \text{弾性論による応力と変位の関係式を代入し, Galerkin法により, 各棒A, B, C, Dの}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3)$$

* 3方向の力と各種の変位の動的関係式は図1に示すように得られる。

また変位は次のようにx方向の進行波を仮定し

$$u = U \cos \frac{2\pi}{\lambda} (x - ct), \quad v = V \sin \frac{2\pi}{\lambda} (x - ct),$$

$$w = W \sin \frac{2\pi}{\lambda} (x - ct) \quad \text{ただし, } \lambda = \text{波長, } c = \text{位相速度。}$$

図2に対する基礎方程式は各棒において3方向の力の釣り合いを求めることによって微分差分方程式として得られ、これを有限Fourier変換と変換を行なって固有行列式を求め、その固有値から位相速度を決定する。この場合、固有値は対角要素以外にも与えられるが、これらに及ぼす影響は小さいと計算する。

3. 数値計算結果

正方形断面棒中を伝播する弾性波の波動パターンは縦横の対称軸のほかに対角線にも対称となるが、6つの波動モードは得られ、それらを1) 縦横波動 2) 対角線波動 3) ねじり波動 4) 対角線波動 5) 上下方向曲 6) 水平方向曲の7つに分類される。本論文では断面の都合上、縦横波動のみについて、数値

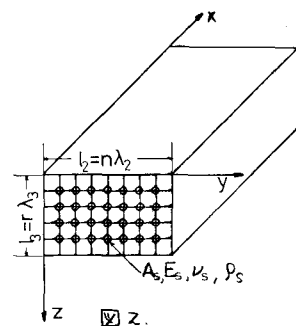


図2.

	Fraser	Nigro	Tanaka	Author	Author
ν			ν	ν	ν
0.1	1.6120	1.6120	1.6120	1.6120	1.6120
0.2	1.6080	1.6080	1.6080	1.6080	1.6080
0.3	1.5996	1.5996	1.5997	1.6005	1.6011
0.4	1.5812	1.5811	1.5811	1.5819	1.5825
0.5	1.5510	1.5510	1.5510	1.5519	1.5525
0.6	1.5167	1.5167	1.5167	1.5169	1.5175
0.7	1.4657	1.4656	1.4656	1.4661	1.4666
0.8	1.4048	1.4048	1.4048	1.4049	1.4055
0.9	1.3385	1.3384	1.3384	1.3387	1.3393
1.0	1.2743	1.2743	1.2743	1.2748	1.2753
1.1	1.2122	1.2122	1.2122	1.2126	1.2131
1.2	1.1687	1.1687	1.1687	1.1677	1.1683
1.3	1.1285	1.1285	1.1285	1.1275	1.1281
1.4	1.0956	1.0956	1.0956	1.0945	1.0951
1.5	1.0688	1.0688	1.0688	1.0676	1.0682
1.6	1.0469	1.0469	1.0469	1.0457	1.0463
1.7	1.0289	1.0289	1.0289	1.0277	1.0283
1.8	1.0149	1.0149	1.0149	1.0137	1.0143
1.9	1.0042	1.0042	1.0042	1.0030	1.0036
2.0	0.9962	0.9962	0.9962	0.9950	0.9956
2.1	0.9908	0.9908	0.9908	0.9896	0.9902
2.2	0.9874	0.9874	0.9874	0.9862	0.9868
2.3	0.9854	0.9854	0.9854	0.9842	0.9848
2.4	0.9844	0.9844	0.9844	0.9832	0.9838
2.5	0.9842	0.9842	0.9842	0.9830	0.9836
2.6	0.9846	0.9846	0.9846	0.9834	0.9840
2.7	0.9854	0.9854	0.9854	0.9842	0.9848
2.8	0.9866	0.9866	0.9866	0.9854	0.9860
2.9	0.9882	0.9882	0.9882	0.9870	0.9876
3.0	0.9902	0.9902	0.9902	0.9890	0.9896
3.1	0.9926	0.9926	0.9926	0.9914	0.9920
3.2	0.9954	0.9954	0.9954	0.9942	0.9948
3.3	0.9986	0.9986	0.9986	0.9974	0.9980
3.4	1.0022	1.0022	1.0022	1.0010	1.0016
3.5	1.0062	1.0062	1.0062	1.0050	1.0056
3.6	1.0106	1.0106	1.0106	1.0094	1.0100
3.7	1.0154	1.0154	1.0154	1.0142	1.0148
3.8	1.0206	1.0206	1.0206	1.0194	1.0200
3.9	1.0262	1.0262	1.0262	1.0250	1.0256
4.0	1.0322	1.0322	1.0322	1.0310	1.0316
4.1	1.0386	1.0386	1.0386	1.0374	1.0380
4.2	1.0454	1.0454	1.0454	1.0442	1.0448
4.3	1.0526	1.0526	1.0526	1.0514	1.0520
4.4	1.0602	1.0602	1.0602	1.0590	1.0596
4.5	1.0682	1.0682	1.0682	1.0670	1.0676
4.6	1.0766	1.0766	1.0766	1.0754	1.0760
4.7	1.0854	1.0854	1.0854	1.0842	1.0848
4.8	1.0946	1.0946	1.0946	1.0934	1.0940
4.9	1.1042	1.1042	1.1042	1.1030	1.1036
5.0	1.1142	1.1142	1.1142	1.1130	1.1136

表1. 縦横波動の c/c_s ($\nu=0.3$)

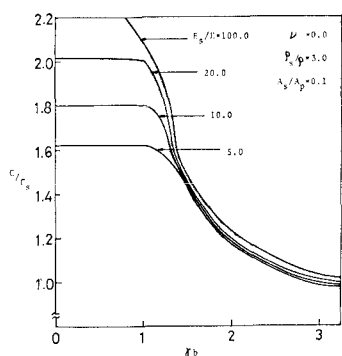


図3 E_s/E の比較 ($\nu=0.0$)

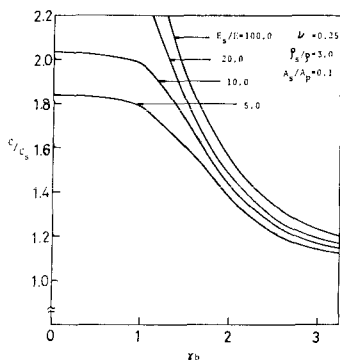


図4 E_s/E の比較 ($\nu=0.25$)

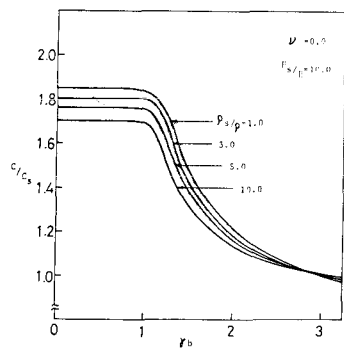


図5 ρ_s/ρ の比較 ($\nu=0.0$)

計算結果を示す。左に $C_s = \sqrt{\mu/\rho}$, $C_p = \sqrt{(3\mu + \lambda)/\rho}$, λ, μ : 2次元弾性定数
 $A_p = 7/4 \lambda \times 4$ 要素の断面積。 $r = 2\pi r_e$, $b = l_2 = l_3$ 。

4. 考察

表1に712, 著者48分割, 24分割, 8分割とも r/b が小の場合(波長大きい), 大体Fraser, Nigro, 田中(2次)と合っている。 $r/b = 0.5$ 著者 8分割はFraser, Nigro, 田中より0.3%大きいくらいである。 $r/b \rightarrow$ 大 ($\lambda \rightarrow$ 小) になると著者の結果は分割数によりと違ってくる。48分割ではFraser, Nigroの値の中間的結果となる。24分割に対して, 24分割では $r/b = 6$ であり, これより値が大きくなり, $r/b = 14$ までFraserより1.6%, Nigroより0.8%大きくなる。また著者8分割では上の24分割の場合の値向ともと顕著で, r/b の値に対して多少Fraser, Nigroより大きくなり $r/b = 7$ であり, これより値より2%以上大きくなる。

図3~図6は縦横8分割合計64分割の正方形断面の712の各節点に図2に示したような縦横補強材が入っている場合の縦横移動の速度 C/C_s を補強材の弾性係数比 E_s/E , 密度比 ρ_s/ρ 等による影響を $\nu = 0.0$ と 0.25 の場合に712調べた結果である。全体としては $\nu = 0.0$ の場合 0.25 に変化するに左肩上りのような曲線となり, C/C_s の値も10~15%程度大きくなる。また r/b の場合も $r/b = 1.0 \sim 3.0$ にかけて急激に減少し, $\rho_s/\rho = 3.0$, $E_s/E = 10.0$ のとき $r/b = 0.1$ を基準にとると C/C_s の値は $r/b = 1.0, 3.0$ と変化するに3%, 4%と小さくなる傾向となる。全体としては E_s/E が大きくなるほど当然 C/C_s は大きくなり, ρ_s/ρ が大きくなるほど $r/b < 3$ の範囲では C/C_s は減少する。

参考文献

- 1) R.D. Mindlin, E.A. Fox: J. of Appl. Mech., p152, 1960. 3.
 - 2) W.B. Fraser: Int. J. Solids Structures, p379, Vol. 5, 1965.
 - 3) N.J. Nigro: The J. of the Acous. Soc. of Amer., No. 6, Vol. 40, 1966.
 - 4) 田中吉之助, 若橋嘉生: 日本機械学会論文集, 第364号, 1976. 12.
 - 5) 能町純雄, 角田孝史, 幸徳光: 土木学会論文報告集 第244号, p37, 1975. 12.
 - 6) 谷岡健一, 能町純雄: 同上 第258号, p13, 1977. 2.
 - 7) 秋田 宏: 同上 第260号, p33, 1977. 4.
 - 8) 能町純雄, 大島俊之: 第26回応用力学連合講演会講演論文集, C129, p415, 1976. 11.
 - 9) 能町純雄, 木下修一, 大島俊之: 土木学会北海道支部論文報告集 第33号, p341, 1977. 2.
- 本論文の数値計算は北大大型計算機セクターを利用して行った。