

京都大学防災研究所 正会員 三浦房紀

京都大学防災研究所 正会員 土岐憲三

1. はじめに

地盤上および地盤内に築造されている構造物の地震動に含まれる表面波成分に対する挙動を調べる問題に対して有限要素法を解析手法として用いるに当たり、表面波の振幅が深さと共に指数関数的に減少するという特性を変位関数に生かした半無限要素の導入を著者らは提案している^{(1),(2)}。そこで本研究はこの半無限要素を用いた地盤-構造物系のモデルと、従来用いられていた剛な基盤をもつ地盤-構造物系のモデルとを用いて、弾性表面波が伝播する際の応答を基盤の及ぼす影響という点に着目して検討し、半無限要素導入の妥当性を調べたものである。

2. 半無限要素

ラブ波とレーレー波に対する半無限要素の変形の様子を図-1に示す。要素内の変位と節点変位とを関係づける変位関数はそれぞれ次式で与えられる。

$$\text{ラブ波: } \{d\} = \frac{1}{2} \left\{ (l-x)e^{kx}, x e^{kx} \right\} \quad \dots (1)$$

$$\text{レーレー波: } \{d\} = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} (Ae^{kx} + Be^{-kx})(l-x) & 0 & (Ae^{kx} + Be^{-kx})x \\ 0 & -(\frac{k}{2}Ae^{kx} + \frac{k}{2}Be^{-kx})(l-x) & 0 \\ -(\frac{k}{2}Ae^{kx} + \frac{k}{2}Be^{-kx})x & 0 & -(\frac{k}{2}Ae^{kx} + \frac{k}{2}Be^{-kx})x \end{Bmatrix} \quad \dots (2)$$

ここに $a = \sqrt{k^2 - (\omega/C_L)^2}$, $b = \sqrt{k^2 - (\omega/C_T)^2}$, k : 波数, ω : 円振動数, C_L : 縦波速度,

C_T : 横波速度, A, B : a, b および k の関数⁽²⁾, l : 要素幅

また剛性マトリクスおよび質量マトリクスは次式で与えられる。

$$\text{剛性マトリクス: } \int_0^l [B]^T [C] [B] dx \quad \dots (3)$$

$$\text{質量マトリクス: } \rho \int_0^l [d]^T [d] dx \quad \dots (4)$$

ここに $[B]$ は要素内のひずみと節点変位とを関係づけるマトリクスであり、

$[C]$ は構成マトリクス, ρ は密度, $[d]$ は式(1), (2)の変位関数である。

3. 半無限要素による弾性基盤層のモデル化に対する検討

1) 位相速度による検討

ここでは、図-2に示す5種類の地盤モデルを想定し、併せて上層の横波速度も100, 200, 300 m/secの3通りを想定して、固有値解析を行い、得られた分散曲線を用いて半無限要素の導入の妥当性の検討を行う。なお、下層の横波速度は400 m/secとした。ラブ波の位相速度を図2~4, レーレー波のそれを図5~7に示した。

これらの図の共通点としては、振動数が値くなると位相速度が下層の横波速度より大きくなり、それよりわずかに低い振動数が断続振動数となることである。弾

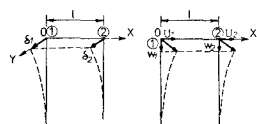


図-1 半無限要素

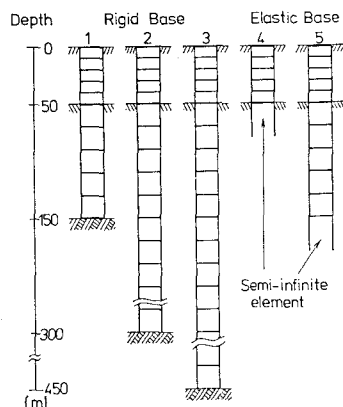
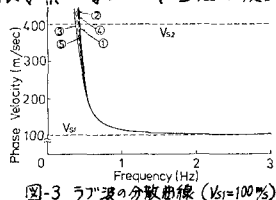
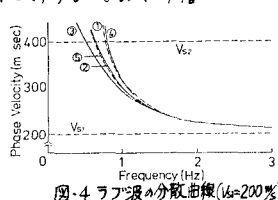
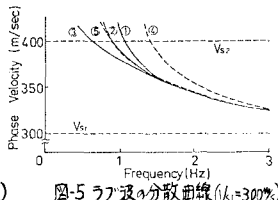
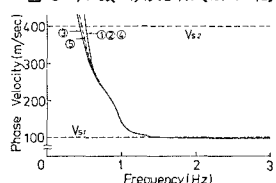
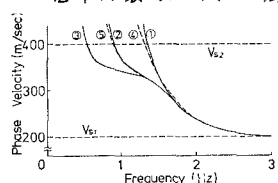
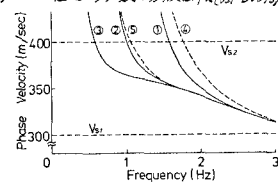


図-2 地盤の有限要素モデル

図-3 ラブ波の分散曲線 ($V_1=100\%$)図-4 ラブ波の分散曲線 ($V_1=200\%$)図-5 ラブ波の分散曲線 ($V_1=300\%$)図-6 レーレー波の分散曲線 ($V_1=100\%$)図-7 レーレー波の分散曲線 ($V_1=200\%$)図-8 レーレー波の分散曲線 ($V_1=300\%$)

性論によれば、このような2層系の場合、下層が半無限であれば、振動数が低下するにつれ位相速度はラゲ波の場合には下層の横波速度に、レーレ波の場合には下層の横波速度の0.9倍強の速度に漸近してゆき、ここで生じた様な遮断振動数は出現しない。ところが剛な基盤のモデルのみならず半無限要素を用いているモデル4、5の場合にも遮断振動数が出現しているということは、(2)、(3)式を用いて剛性マトリクス、質量マトリクスを求める際に互方向に無限積分を行って数式的には無限下方まで解析対象領域としているが、本質的には半無限要素を用いたモデルも剛な基盤のあるモデルと相違ないことを意味している。

次に、上層の横波速度が300m/sec、すなわち上層と下層のインピーダンス比が最も大きい場合が各モデルによる位相速度の相違が大きく、インピーダンス比が小さくなるにつれてモデルによる相違が小さくなっている。これは、上層と下層のインピーダンス比が小さい場合には、変位分布は上層に集中し、下層では急激に変位が小さくなり、そのため解析対象領域が浅い場合も深い場合も大きな相違は生じないが、その逆の場合は地中深くまで大きな変位分布が存在し、解析対象領域の取り方で結果は大きく左右されることになる。

次に剛な基盤の場合と半無限要素を用いた場合の対応関係を見る。まず、モデル4は図5、図8の場合を除いては、ほぼモデル1に対応し、モデル5の場合はモデル2に対応し位相速度となっている。前者の場合、有限要素化を施した領域は1/3、後者の場合1/2の深さとなっている。これは半無限要素を用いた場合剛な基盤を有する場合の有限要素網の1/2程度で済み、大幅な数値計算上の省力化を示唆するものである。

2) 応答倍率による検討

ここでは、図9に示す3層からなる地盤に構造物が築造されているモデルを用いて、ラゲ波およびレーレ波の基本モードが入射した場合の応答を調べることで半無限要素の有用性を検討する。モデルの諸定数をTable 1に示す。図9は半無限要素を用いた際の有限要素網であり、剛な基盤を用いたモデルでは、①地表面下125m ②325m ③625mに基盤の存在を仮定した。図10、11はこれらのモデルの分散曲線である。④は半無限要素を用いているモデルである。図12はラゲ波が入射の際、図13はレーレ波が入射の際の点Aの応答倍率である。図13、14いずれも値の振動数では各モデルによる応答の相違がみられるが、ラゲ波の場合各モデルの位相速度が一致する約1Hz、レーレ波の場合約2Hz付近から応答の相違は小さくなっている。この解析例では、半無限要素を用いたモデルの応答は③の場合に最も近く、有限要素網の深さは1/5と非常に小さくても同程度の応答を呈することが明らかになった。

4. まとめ

波動の問題を有限要素法で扱う場合、要素の大きさは解析の対象とする波長により決まり、つまり、注目点から遠く離れていても静的問題のような大きな要素は使えず、有限要素網の縮小は、ほぼその自由度の縮小となる。この節約された自由度をモデルの詳細化に使うことにより、より高い振動数領域の解析が可能となり、この点でも半無限要素の導入は意義あるものと考えられる。

参考文献

- 1) 土岐三浦;有限要素法を用いた弾性表面波による2層地盤の振動解析,第14回地震工学研究発表会講演概要1976,PP.49~52
- 2) 土岐三浦;弾性表面波による構造物基礎周辺地盤の振動解析,新大阪大学年報第20号B-2,1977,PP.33~59

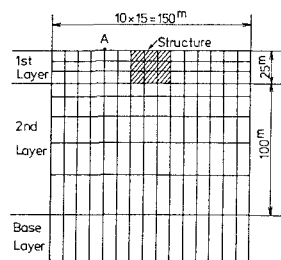


図-9 地盤・構造物系、有限要素モデル

Table 1 Constants of the analyzed model

	S-wave Velocity (m/sec)	Unit weight (ton/m ³)	Poisson's Ratio
1st Layer	150	1.7	0.4
2nd Layer	300	1.8	0.4
Base Layer	450	1.9	0.4
Structure	1600	2.5	0.17

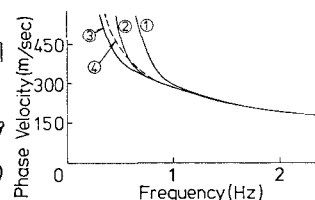


図-10 ラゲ波の分散曲線(3層系)

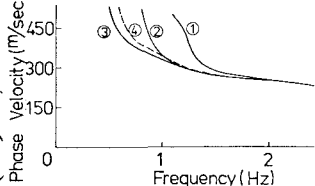


図-11 レーレ波の分散曲線(3層系)

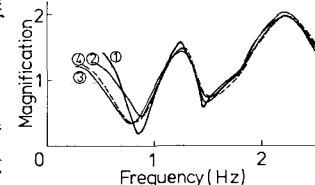


図-12 ラゲ波の入射に対する応答倍率

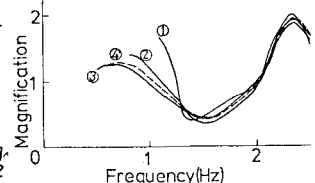


図-13 レーレ波の入射に対する応答倍率