

京都大学大学院 学生員 梅田雄康

京都大学工学部 正員 小林昭一

1. はじめに

本論文は、構造物基礎-地盤系の動的相互作用を解析するための1つのモデルとして、弾性地盤上に埋め込み部分をもつ構造物基礎が、縦波・横波より成る伝ば波動を受けた場合の動的相互作用を積分方程式法により解析したものである。解析にあたっては、2次元動弾性学の境界値問題としてモデル化および定式化を行っている。ここで用いた積分方程式法とは、動弾性学の場の境界値問題を特異連立積分方程式に定式化し、その解を数値解析的に求める方法である。境界値問題の中には、物体力を考慮せずに解析しても満足のできる結果が得られることも多く、こういった場合に積分方程式法では、物体内の積分を必要とせず、境界上の未知数のみを問題にすればよいので、対象とする問題の次元より1次元低い要素を用いることができる。また、この方法においては、ビンス境界要素を用いた有限要素解析などとは異なり、反射波が完全に消去されるという大きな長所もあり、数値解析操作も比較的簡単で、かつ高精度の解が得られると考えられる。

2. 動弾性学の基礎方程式および積分方程式

弾性理論より、式(1)の Navier-Cauchy 式を得る。ここで、動的でかつ定常な問題として、物体力が弾性体の固有周期と異なる周期で変動する場合を考えると、物体力・変位は、式(2)のようにならわせる。

$$\mu \bar{u}_{i,jj} + (\lambda + \mu) \bar{u}_{j,i} + \bar{f}_i = \rho \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial t^2} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{u}_i(x, t) &= \text{Re} \{ u_i(x) e^{-i\omega t} \} \\ \bar{f}_i(x, t) &= \text{Re} \{ f_i(x) e^{-i\omega t} \} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ただし、 $u_i(x) = u_i^{(1)}(x) + i u_i^{(2)}(x)$ 、 $f_i(x) = f_i^{(1)}(x) + i f_i^{(2)}(x)$ とする。

式(2)を式(1)に代入し、縦波・横波の速度を C_1 、 C_2 とすれば、式(3)を得る。さらに、 $\mathcal{L}_{ij} u_j = (C_1^2 - C_2^2) u_{j,j} + C_2^2 u_{i,jj} + \omega^2 u_i$ なる演算子 $\mathcal{L}_{ij}$ を導入し、物体力を無視すれば式(4)が得られる。

$$(C_1^2 - C_2^2) u_{j,j} + C_2^2 u_{i,jj} + \omega^2 u_i = -f_i \quad (3)$$

$$\mathcal{L}_{ij} u_j = 0 \quad (4)$$

ここで、物理的には、点 x の i 方向に単位集中力が作用した場合の点 x の j 方向の変位をあらわし、次の式(5)を満足する $f_j^{(k)}(x; x)$ を導入する。そして、この式(5)を解いて得られる基本特異解は、式(6)のようになる。

$$\mathcal{L}_{ij} f_j^{(k)}(x; x) = -\delta(x - x) \delta_{ik} \quad (5)$$

$$f_j^{(k)}(x; x) = \frac{i}{4\mu} [H_0^{(1)}(\zeta_1 r) \delta_{jk} - \frac{1}{\zeta_2} \{ H_0^{(1)}(\zeta_1 r) - H_0^{(1)}(\zeta_2 r) \}_{,jk}] \quad (6)$$

ただし、式(6)において、 $\zeta_1 = \omega/C_1$ 、 $\zeta_2 = \omega/C_2$ 、 $r = |x - x|$ 、 $H_0^{(1)}(\zeta r)$ は、 ζr をアーギュメントとする第1種0次の Hankel 関数である。

次に積分方程式については、Somigliana の積分方程式より式(7)を得る。この式(7)は、一般に解析的に解くことは、困難で数値解析に頼らざるを得ない。したがって式(7)において、点 x および点 x がともに境界上の第 k および第 l 番目の区間に存在する点 q_k および点 q_l とし、各区間内で変位および応力が一様に分布していると仮定すれば、式(7)は、式(8)のように変形することができる。

$$F(x) u_k(x) = \int_S [T_k^{(1)}(x; y) t_l(y) - u_l(y) F_{lk}(x; y)] dS(y) \quad (7) \quad F(x) = \begin{cases} 1, & x \in D \\ 1/2, & x \in S \\ 0, & x \in D, x \in S \end{cases}$$

$$u_i(q_l) \sum \left[\frac{1}{2} \delta_{ik} \delta_{il} + \int_S F_{lk}(q_k; q_l) dS \right] = t_i(q_l) \sum \left[\int_S T_{lk}^{(1)}(q_k; q_l) dS \right] \quad (8)$$

3. モデル化および定式化

地盤のみならず構造物も線形弾性体であると仮定する。地盤においては、地表面を添字 α および β で、また、構造物との接触部分を β_1 であらわし、構造物においては、地盤との接触部分を添字 β_2 、それ以外の部分を γ であらわせば、構造物-地盤系は、構造物における内部問題と地盤における外部問題と分離でき、式(8)を適用し、それぞれ定式化をマトリックス表示すれば、下記のようになる。

(i) 外部問題 (地盤)

$$[A_{\alpha\alpha}; A_{\beta\beta}; A_{\alpha\beta}] \begin{Bmatrix} u(\alpha_1) \\ u(\beta_1) \\ u(\alpha_2) \end{Bmatrix} = [B_{\alpha\alpha}; B_{\beta\beta}; B_{\alpha\beta}] \begin{Bmatrix} t(\alpha_1) \\ t(\beta_1) \\ t(\alpha_2) \end{Bmatrix} \quad (9)$$

(ii) 内部問題 (構造物)

$$[C_{\beta_2}; C_\gamma] \begin{Bmatrix} u(\beta_2) \\ u(\gamma) \end{Bmatrix} = [D_{\beta_2}; D_\gamma] \begin{Bmatrix} t(\beta_2) \\ t(\gamma) \end{Bmatrix} \quad (10)$$

構造物と地盤の連結部において、変位および応力成分が連続的に変化すると仮定すれば、境界条件は、式(11)であらわされる。地表面で応力成分が0になることと、式(11)を用いて式(9)と式(10)の連立方程式を作成しそれを解けば未知数を求めることができる。

$$\left. \begin{aligned} t(\beta_1) + t_0(\beta_1) &= -t(\beta_2) \\ u(\beta_1) + u_0(\beta_1) &= u(\beta_2) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

ただし、式(11)において u_0, t_0 は、入射波動による初期の変位および応力をあらわす。

4. 結果

構造物と地盤のYoung率が同一の場合 (Model-A), 10:1の場合 (Model-B), 1:10の場合 (Model-C) の3つについて計算を行った結果、構造物の変位は、Model-B, A, Cの順に大であるという当然のことに、地盤内変位は、埋設部周辺でこれの影響を受け入射波動に対して位相のズレが生じること。その傾向は、構造物のYoung率の最も大きいModel-Cにおいて最も顕著であること。また全体を通じて構造物は、ロッキングのみとかスライディングのみとかいう単純な変位を示すのではなく、それらが複合された複雑な変位を示すことがわかる。

Fig.1およびFig.2では、それぞれの図内に示す振幅および波長の横波が鉛直下方向から入射してきたときの、構造物および地盤内の変位を矢印であらわしている。

なお、詳細の結果は、当日報告の予定。

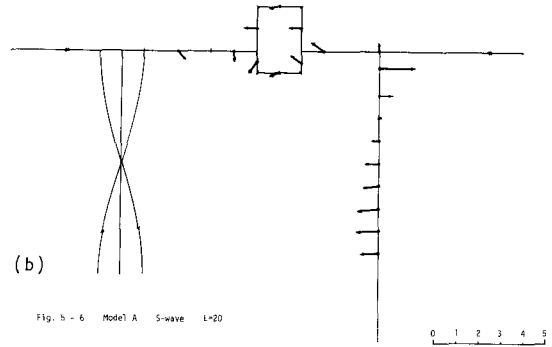
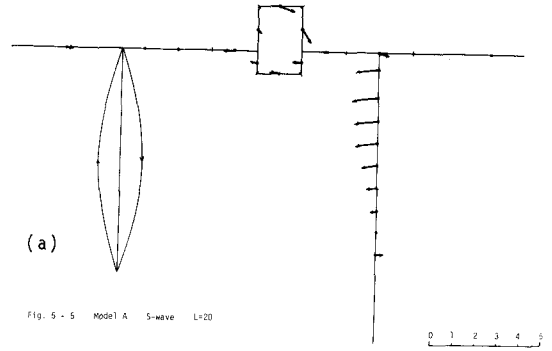


Fig.1 The Foundation and the Ground are made of the same materials.

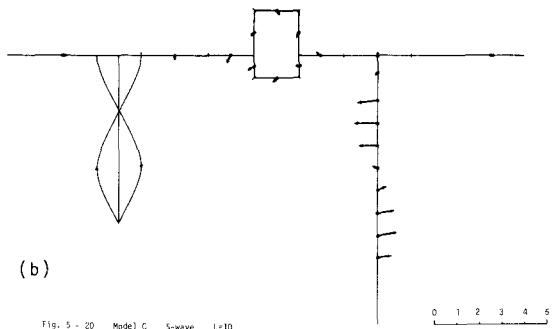
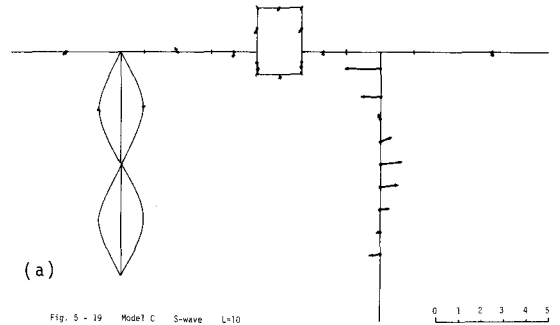


Fig.2 Young's modulus of the Foundation is one-tenth of that of the Ground.