

東京大学大学院

学生員 〇原田隆典

東京大学生産技術研究所 正員 久保孝三郎

東京大学生産技術研究所 正員 片山恒雄

1.まえがき 図-1(a)のような地震動を受ける埋設剛体基礎を、図-1(a')のばね-質点系の振動モデルに置換した場合に考慮すべき地動 $\vec{u}_f$ とばね減衰係数の物理的意味を考察した。更に、例題に対して求めた応答曲線から、地震動を受ける剛体基礎モデルで、ばね減衰係数がどのような意味で重要になるのかを考察した。すなわち、地動 $\vec{u}_f$ としては構造物から十分遠方の地表面A, または、地中部B, Cの値を使うべきなのか。構造物の振動の影響を受けたD, E, Fの地動が適当なのか。また、ばね減衰係数の物理的意味は用いる地動によって変わるのか。原理的に起振機実験などから求められるのか。などの問題点を弾性波動理論により検討した。なお、 $\vec{u}_f$ のように、 $\vec{u}$ は、ばね-質点系モデルの値を意味する(図-1を参照)。

2.基本的な考え方 入射波の変位応力を $\vec{u}^{(i)}$ とする。上添字(i)は入射波を、 $\rightarrow$ はベクトルを意味する。剛体の運動は絶対変位 $\vec{U}$ 、回転角 $\vec{\Psi}$ の大文字で表わし、重心点の値を $\vec{U}_G, \vec{\Psi}_G$ とする(図-1a)。入射波は、剛体表面で反射し剛体の振動で生じた弾性波は剛体から遠方へ伝播する。この波を散乱波と呼び、その変位応力を $\vec{u}^{(s)}$ とする。上添字(s)は散乱波を表わす。剛体に作用する力は、入射波と散乱波の応力を剛体表面に極めて接近した弾性体上で剛体表面にそ、積分して得られる。剛体に作用する水平力 $\vec{F}_G$ は

$$\vec{F}_G(t) = -\oint_S \vec{\sigma} \cdot \vec{n} ds = -\oint_S [\vec{\sigma}^{(i)} + \vec{\sigma}^{(s)}] \cdot \vec{n} ds \quad \vec{n}; \text{剛体表面法線ベクトル} \quad (1)$$

モーメント $\vec{M}_G$ も同様な考えで求まるので、以後 $\vec{F}_G$ のみで考察する。したがって、剛体質量を M とすると、水平方向の方程式は

$$M \ddot{\vec{U}}_G = \vec{F}_G(t), \quad \ddot{\vec{U}}_G; \text{剛体重心加速度} \quad (2)$$

で与えられ、弾性体と剛体の完全付着を仮定して

$$[\vec{u}^{(i)} + \vec{u}^{(s)}]_S = \vec{U} + \vec{\Psi} \times \vec{r} \quad (3)$$

(1)×(3)式で運動方程式は完全で、(2)式を解いて $\vec{U}_G$ が求まる。さて、(1)式の $\vec{\sigma}^{(s)}$ を次のように分解し(5)式の付帯条件を考え

$$\vec{F}_G(t) = -\oint_S [\vec{\sigma}^{(i)} + \vec{\sigma}^{(s)}] \cdot \vec{n} ds - \oint_S [\vec{\sigma}^{(4)} + \vec{\sigma}^{(5)}] \cdot \vec{n} ds \quad (4)$$

$$[\vec{\sigma}^{(i)} + \vec{\sigma}^{(s)}]_S = 0 \quad (5)$$

$\vec{F}_G$ の物理的意味を考えよう。(5)式は境界 S が自由面であることを表わし、この条件を満たす散乱波 $\vec{u}^{(s)}$ より S 上の変位は

$$\vec{u}_f = [\vec{u}^{(i)} + \vec{u}^{(s)}]_S \quad (6)$$

で求まる(図-1 b)。もともと、剛体と地盤の境界条件は(3)式で

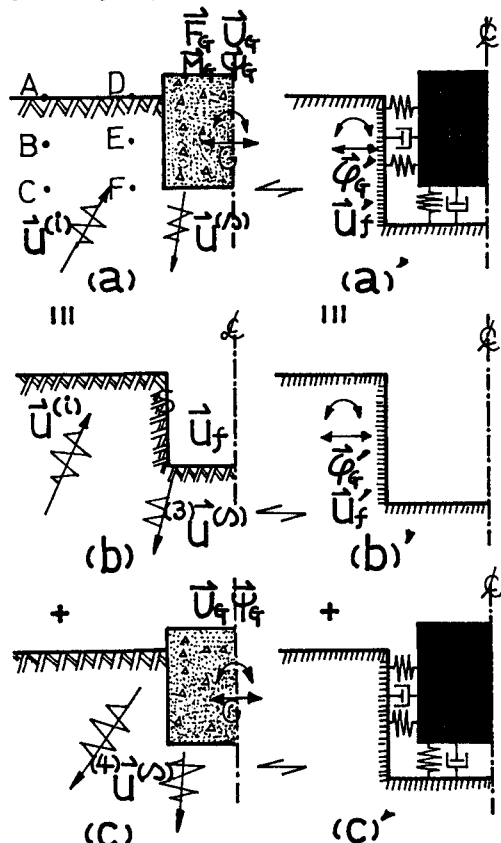


図-1 地震動を受ける埋設剛体基礎のモデル
(§2 基本的な考え方の図的説明)

与えられるから、散乱波 $u^{(s)}$ が満たす条件は結局、(7)式でまた応力の $\vec{F}_q$ 方向成分はフックの法則より(8)式で表わせる。

$$[u^{(s)}]_S = \vec{u} + \vec{\varphi} \times \vec{r} - \vec{u}_f \quad \dots (7) \quad [u^{(s)}]_S \vec{n} = E(\vec{u} + \vec{\varphi} \times \vec{r} - \vec{u}_f), \quad E \text{ は } u^{(s)} \text{ の微分によって生ずる。} \quad (8)$$

定数×剛体変位、自由面変位の表現である。

(8)式は(7)式の条件を満たす $u^{(s)}$ から計算され、これを(5)式を考慮して(4)式に代入し、 $\vec{u}_f \equiv \vec{u}_f + \vec{\varphi}_f \times \vec{r}$ とすると、

$$\vec{F}_q = -E \oint_S [\vec{u} + \vec{\varphi} \times \vec{r}]_S dS + E \oint_S [\vec{u}_f + \vec{\varphi}_f \times \vec{r}]_S dS = -EA(\vec{u}_q - \vec{u}_f') - EB(\vec{\varphi}_q - \vec{\varphi}_f') \quad (9)$$

EA, EB は、水平及び連成複素は加係数と考えられる。 $\vec{u}_f', \vec{\varphi}_f'$ は地震地動で(9)式のS面上の積分より求まるが、 $\vec{\varphi}_f$ を任意に決めれば $\vec{u}_f'$ は $\vec{u}_f$ より定まる。後の例題で $\vec{u}_f'$ は $\vec{u}_f$ のS上での平均値であることがわかる。入射波 $u^{(i)}$ が零のときは $\vec{u}_f', \vec{\varphi}_f'$ は零で図-1(c)に示す共振実験の状態からEA, EBは原理的に求められる。モーメント

$M_q(t) = \oint_S \vec{r} \times d\vec{F}$ も同様の議論を行なうと、結局、運動方程式

$$\begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & J_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_q \\ \ddot{\theta}_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} EA & EB \\ EB & EC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_q \\ \theta_q \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & J_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_f' \\ \ddot{\varphi}_f' \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$x_q = u_q - u_f', \quad \theta_q = \varphi_q - \varphi_f'$$

を得る。 x_q, θ_q は、地盤と基礎の相対変位である。

(1.2) 3例題と考察

以上の議論を図2のSH波入射例題で説明しよう。この場合、運動方程式を満たす入射波、散乱波は

$$u_z^{(i)} = u_{z0} e^{-i\omega t} [J_0(k_z^s r) + 2 \sum_{n=1,2}^{\infty} (-1)^n J_{2n}(k_z^s r) \cos 2n\theta] \quad (11)$$

$$u_z^{(s)} = e^{-i\omega t} [a_0 H_0^{(1)}(k_z^s r) + \sum_{n=1,2}^{\infty} a_n H_{2n}^{(1)}(k_z^s r) \cos 2n\theta] \quad (12)$$

$\vec{r} = \sqrt{\frac{2}{\rho_s}} \vec{r}$ なる関係を使えば(5)式を満たす自由面変位 u_f は、

$$u_f = u_{z0} e^{-i\omega t} \left\{ \left[J_0(k_z^s r_0) - \frac{J_0'(k_z^s r_0)}{H_0^{(1)'}(k_z^s r_0)} H_0^{(1)}(k_z^s r_0) \right] + 2 \sum_{n=1,2}^{\infty} \left\{ (-1)^n J_{2n}(k_z^s r_0) - \frac{(-1)^n J_{2n}'(k_z^s r_0)}{H_{2n}^{(1)'}(k_z^s r_0)} \right\} \cos 2n\theta \right\} \quad (13)$$

(7)式の条件から(12)式の $u_z^{(s)}$ を求め、(9)式を計算すると、(14)式の複素は加係数及び(15)式の運動方程式を得る。

$$EA = 4\pi \rho_s r_0^2 \frac{H_1^{(1)}(k_z^s r_0)}{H_0^{(1)}(k_z^s r_0)}, \quad EB = EC = 0, \quad u_f' = u_{z0} e^{-i\omega t} \left[J_0(k_z^s r_0) - \frac{J_0'(k_z^s r_0)}{H_0^{(1)'}(k_z^s r_0)} H_0^{(1)}(k_z^s r_0) \right] \quad (14)$$

$$M \ddot{x}_q + 4\pi \rho_s r_0^2 \frac{H_1^{(1)}(k_z^s r_0)}{H_0^{(1)}(k_z^s r_0)} x_q = -M \ddot{u}_f', \quad x_q = u_q - u_f', \quad u_q: \text{基礎重心点絶対変位}, \quad k_z^s = \frac{\omega}{v_s} \quad (15)$$

(14)式の地動 u_f' は(13)式の u_f の境界S上の平均値となっている。(15)式による厳密解が、図3の実線である。**厳密な地動 u_f'** は図-1(b)の u_f を(9)式により境界上で平均したものである。**地動の近似値**として、自然地盤表面変位 $u_{zs}^{(i)}$ (図-1A点)及び $u_{zs}^{(i)} = J_0(k_z^s r_0)$ を(14)式の u_f' として用いると図3の破線、一点破線を得る。この地動の近似値は、図-1(b)で空洞の影響が及ばない自然地盤の地動(11)式の地表面変位と(11)式も(9)式により境界上で平均したものである。

応答曲線の形状は全体的によく似ており、図-1(a)のA点あるいはB,C点の地動を用いても結果は大きく変わらない。応答に対しては図-1(c)の複素は加係数の特性が重要であることを示しているようである。また、自然地盤の地表面地動を用いた場合の応答は全ての振動数で厳密解より大きい。また、空洞を無視した場合、無次元振動数 $k_z^s r_0 = 2\pi(r_0/L)$ が1.0以上になると厳密解を下回り更に振動数が増すとわずかに厳密解を上回る。これは入力地動の波長 λ が $L \geq 6r_0$ であれば、空洞の効果は小さいことを意味している。以下に参考文献を示す。

[1] 原田隆典 "土と基礎の地震時相互作用に関する基礎的研究" 東大修士論文 1977(S52)

[2] Luco, J.E., "Dynamic Interaction of a Shear Wall with the Soil" ASCE, EM2, April, 1969

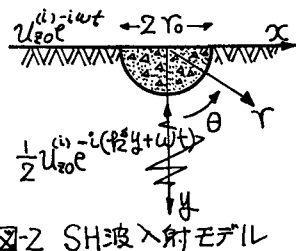


図-2 SH波入射モデル

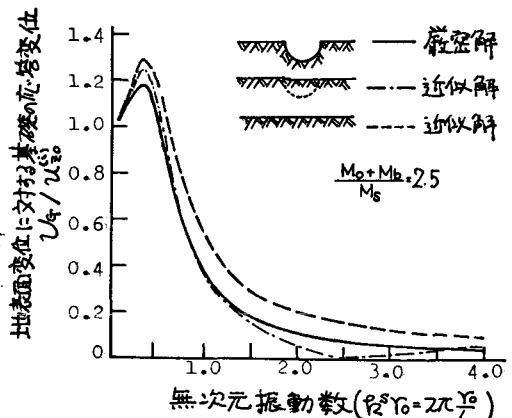


図-3 入射波の相違による基礎応答変位(15式)