I-224　　群杭のロッキング振動に対する復元モーメント

九州大学　学生員　○松尾　修
九州大学　正員　園田敏矢
九州大学　正員　小坪清真

1．まえがき　杭によって支持された構造物は，地震時において水平振動と回転運動の連成したロッキング振動を行なうが，この振動を解析する場合には，杭頭の水平方向復元力のみならず，その鉛直方向復元力の特性をも明らかにしなければならない。したがって，本研究では，ロッキング振動における群杭の復元モーメントの特性を，杭と地盤の連成振動として理論的に得られる鉛直方向群杭効果によって明らかにしようと試みた。

2．理論解析　解析を行なうに当り次のような仮定を設けた。すなわち，杭および地盤は等質・等方性の完全弾性体であり，さらに杭は上下端ではそれぞれ杭間拘束されている。また，杭周面と地盤の間にすべりは起こらず，杭および地盤の水平方向変位は無視できるほど小さい。この仮定の下に，群杭の変形は地盤の変形を通じて相互に他の杭の変形に影響を与えることを考慮して，杭の変形に対する連立方程式を満足させることにより，群杭効果を求めた。

(i) 単杭一地盤系　これは軸対称系であるから，地盤および杭の弾性方程式は次式で表わされる。

$$\frac{\partial^2 w}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial r}+\frac{\lambda+2\mu}{\mu}\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}-\frac{\gamma}{g\mu}\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}=0 \quad \cdots\cdots(1) \qquad \frac{w_0 A}{g}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}=EA\frac{\partial^2 y}{\partial z^2}+q_1(z,t)+q_2(z,t) \quad \cdots\cdots(2)$$

ここに，wは地盤の鉛直方向変位，λ，μはラメの定数，γは単位体積重量，w_0は杭の単位体積重量，Aは杭断面積，Eは杭のヤング率，yは杭の軸方向変位であり，q_1は杭に働く軸方向外力で，杭頭荷重$Pe^{i\omega t}$を与えることによって得られ，またq_2は杭周面地盤反力で，剪断力の釣合条件より得られる。さらに，杭周面での変位の連続条件を用い，(1),(2)式を解くと杭頭変位$y|_{z=H}$は次式のように求まる。

$$y|_{z=H}=\frac{PH}{EA}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2e^{i\omega t}}{\left\{\frac{(2n-1)\pi}{2}\right\}^2-\frac{w_0 H^2\omega^2}{gE}+\frac{\pi d G H^2 q_n}{EA}\frac{K_1(q_n r_0)}{K_0(q_n r_0)}} \quad ただし，q_n=\sqrt{\frac{\lambda+2\mu}{\mu}\left\{\frac{(2n-1)\pi}{2H}\right\}^2-\frac{\gamma\omega^2}{g\mu}} \quad \cdots\cdots(3)$$

ここに，Hは杭長，$d=2r_0$は杭直径，Gは地盤の剪断弾性係数である。結局，杭頭反力係数k_0は，(3)式において$Pe^{i\omega t}=k_0\times y|_{z=H}$とおくことにより得られる。静的な場合は$\omega=0$とおけばよい。

(ii) 群杭一地盤系　解析モデルを，9本杭を例にとって図－1に示す。ただし，各杭は同質同形であるとする。図－2のように任意に2本の杭i，jをとってi杭に注目すると，j杭の変位がi杭の変位に及ぼす影響は，単杭としてのj杭の変位によるi地点の地盤の変形によって生じると考える。したがって，i杭の変位は，i杭自身をも含むすべての杭の変位による影響を重ね合わせることによって得られることになる。この考え方に従って解析するに当り，杭周面での連続条件を次のようにとる。変位の連続条件として，i杭地点の地盤の変位を，j杭の変位によるi杭中心地点の地盤の変位$w_{ij}(r_j,z,t)|_{r_j=l_{ij}}$のすべての杭$j$についての和$\sum_{j=1}^{N}w_{ij}=w_i$で代表させる。これは地盤の変位を杭周で平均した方がより厳密になるが，lがdに比べて少し大きくなればその違いはほとんど無視することができる。つぎに，剪断力の釣合条件として，次の2種類の方法を採用する。

①法：i杭周の剪断力$q_{2i}(z,t)$を，j杭の変位によるi杭中心地点の地盤の変形の和を用いて表わす。式に表わせば，$\overset{①}{q_{2i}}=\pi dG\left(\partial w_j/\partial r_j\right)_{r_i=l_{ii}=r_0}^{r_j=l_{ij}}$

②法：i杭周の地盤の剪断力を杭周で積分することによりq_{2i}を求める。式に表わせば，$\overset{②}{q_{2i}}=\int_{\theta_{ij}}^{\theta_{ij}+2\pi}\left(\partial w_i/\partial r_i\right)_{r_i=r_0}r_0\,d\theta_i$。

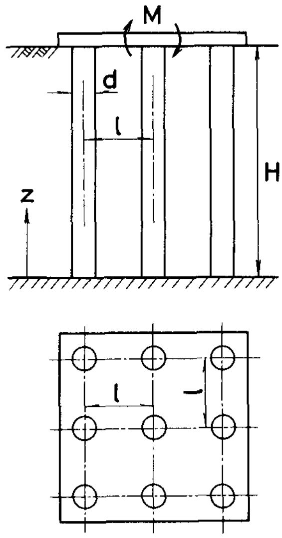
②法は①法に比べてより厳密であり，①法では各杭周の相互作用を過大に評価していることになる。

さて，群杭一地盤系の振動方程式を以上の仮定の下に解くためには，(2)式でy, q_1, q_2にサフィックスi $(i=1,2,\cdots,N)$を付けて，これらを連立させればよい。以下その方法を簡単に述べる。

(1)式を解くと，杭周地盤変位$\boldsymbol{w}=[w_1 w_2 \cdots w_i \cdots w_N]^T$は，$\boldsymbol{A}_n=[A_{1n} A_{2n} \cdots A_{in} \cdots A_{Nn}]^T$を未定定数として，$\boldsymbol{w}=\sum_{n=1}^{\infty}\mathbb{K}_{on}\boldsymbol{A}_n \sin\frac{(2n-1)\pi}{2H}e^{i\omega t}$ （ただし，$\mathbb{K}_{on}=[K_{on}(q_n l_{ij})]_{j=1\sim N}^{i=1\sim N}$，$l_{ij}=r_o$）…………(4) で与えられる。したがって，$\boldsymbol{q}_2$は$z, t$について(4)式と同型の展開式で表示されるので，境界条件を満足するように群杭の連立弾性方程式(2)を解くためには，$\boldsymbol{q}_1$，$\boldsymbol{y}$も同型の表示式に展開することが必要である。すなわち，

$$\boldsymbol{q}_1=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2(-1)^{n-1}}{H}\boldsymbol{P}\sin\frac{(2n-1)\pi z}{2H}e^{i\omega t} \cdots\cdots(5) \qquad \boldsymbol{y}=\sum_{n=1}^{\infty}\mathbb{D}_n\sin\frac{(2n-1)\pi z}{2H}e^{i\omega t} \cdots\cdots(6)$$

ここに，$\boldsymbol{q}_1=[q_{11} q_{12} \cdots q_{1i} \cdots q_{1N}]^T$，$\mathbb{P}e^{i\omega t}=e^{i\omega t}[P_1 P_2 \cdots P_i \cdots P_N]^T$（杭頭荷重），$\boldsymbol{y}=[y_1 y_2 \cdots y_i \cdots y_N]^T$，$\mathbb{D}_n=[D_{1n} D_{2n} \cdots D_{in} \cdots D_{Nn}]^T$で，$\mathbb{D}_n$は未定定数である。



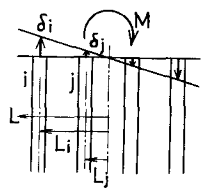
図－1

さてここで，変位の連続条件を用いると$\boldsymbol{A}_n=\mathbb{K}_{on}^{-1}\mathbb{D}_n$ が得られ，これを用いて$\boldsymbol{A}_n$を消去し，(5),(6)式等を(2)式に代入すれば次式が得られる。

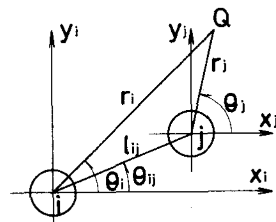
$$\frac{2H}{EA}(-1)^{n-1}\boldsymbol{P}=\left[\left\{\frac{(2n-1)\pi}{2}\right\}^2\mathbb{I}-\frac{w_o H^2\omega^2}{gE}\mathbb{I}+\frac{\pi d G H^2 q_n}{EA}\mathbb{K}_{2n}\mathbb{K}_{on}^{-1}\right]\mathbb{D}_n=\mathbb{F}_n\mathbb{D}_n \quad \text{--------}(7)$$

ただし，$\mathbb{I}$はN次の単位行列で，$\mathbb{K}_{2n}$は ①および②の方法によりそれぞれ次のように与えられる。 $\mathbb{K}_{2n}=[K_{2n(ij)}]_{j=1\sim N}^{i=1\sim N}$

$$K_{2n(ij)}^{①}=\begin{cases}-K_1(q_n l_{ij}) & (i\neq j)\\ K_1(q_n r_o) & (i=j)\end{cases} \qquad K_{2n(ij)}^{②}=\begin{cases}-K_o(q_n l_{ij})I_1(q_n r_o) & (i\neq j)\\ K_1(q_n r_o) & (i=j)\end{cases}$$



図－3



図－2

つぎに，杭頭変位を$\boldsymbol{y}|_{z=H}=\boldsymbol{\delta}e^{i\omega t}=[\delta_1 \delta_2 \cdots \delta_i \cdots \delta_N]^T e^{i\omega t}$……(8) とすれば杭頭荷重$\boldsymbol{P}$と杭頭変位$\boldsymbol{\delta}$の関係が与えられる。すなわち，$\left\{\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2H}{EA}\mathbb{F}_n^{-1}\right\}\mathbb{P}=\boldsymbol{\delta}$ --------(9)

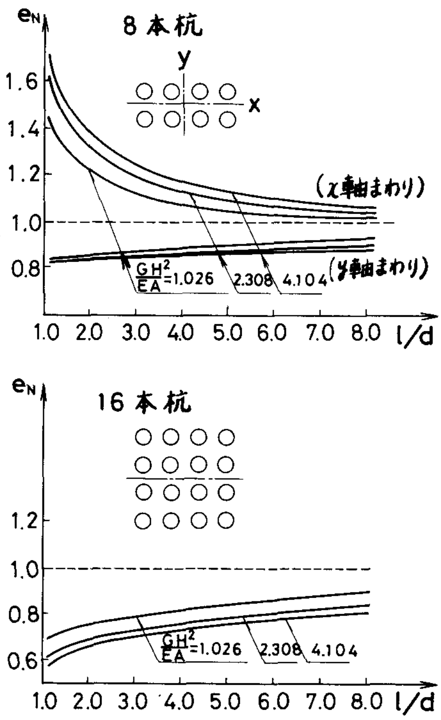
ここで，δ_iは回転変形の適合条件から得られ，回転中心軸からi杭までの距離をL_iとすれば，$\delta_i=(L_i/L_j)\delta_j$ である。(図－3参照) ロッキング振動のみを考えるために，所定のδ_iとなるように(9)式より$P_i (i=1,2,\cdots,N)$ を求めれば，ロッキング振動における群杭効果は次式で定義することができる。

$$e_N=\left(\sum_{i=1}^{N}P_i L_i\right)\Big/\left(\sum_{i=1}^{N}P_{oi}L_i\right) \quad \text{----------}(10)$$

ここに，P_{oi}は単杭iをδ_iだけ変位させるような杭頭荷重である。

3．計算結果　群杭効果の値を8本杭，16本杭について，(10)式によりそれぞれ求めた結果を図－4に示した（①の計算方法による)。図から明らかなように，杭間隔lが大きくなれば群杭効果はなくなってくる。また，杭長すなわち地盤の深さHが大きくなれば群杭効果は著しくなる。これは，地盤が深くなるほど，地盤は復元力に対して寄与するので，杭相互間の影響を伝達しやすくなるためである。また，8本杭のx軸まわりの回転に対しては群杭効果e_Nの値は1より大きくなっている。これは回転軸に対して同じ側の杭の変形が及ぼす地盤変形の増加作用よりも，反対側の杭の変形が及ぼす地盤変形の減少作用の方が大きいからである。

一方，回転方向に4列以上の杭が配置された場合には群杭効果e_Nの値は1より小さくなる。なお，②の方法による計算結果は講演時に発表する予定である。



図－4