I-208　ライフラインのネットワークシステムの機能上の耐震性の一評価方法について

東京大学大学院　学生員　川上英二
東京大学生産技術研究所　正員　田村重四郎

1．序論　ライフラインの耐震性については、最近では、構造力学上の研究に基づき、ライフラインを1つのネットワークシステムと見なした場合の機能上の安定性に関する研究が、合理的な耐震設計法の確立を目的として進められている。本研究では、地盤条件・管路の構造強度等より評価された管路の耐震性及びネットワークシステムの形状に基いて、システムとしての機能からみたシステム各部分の耐震性を検討するため、モンテカルロ法、多次元尺度構成法を用いた手法を展開し[1]、之を東京都の水道管網[2]を例として適用した。

2．システムの機能上の耐震性の評価方法　ライフラインを節点とリンクよりなるネットワークシステムと考え、システムの耐震性はすべての需給節点ペアに対してそれぞれ与えられるとする。需給ペア間に1つ以上のパスが存在する場合、そのペアは連結であると定義し、その確率――連結確率 ${}_sP_{ij}$ ――を耐震性を表わす値と考える。

3．連結確率の評価　すべてのリンクの非破壊確率 ${}_s\theta_{ij}$（i, j はリンクの両端の節点番号）が推定でき、また各リンクの破壊が互に独立であるものとする。節点ペア間の連結確率を求める方法として SSSP[2] またはブール代数を利用した方法が提案されている。本節では計算時間の節約のため次の①～④の手順によるモンテカルロ法を用いた方法を展開した。

① 乱数 $a_{ij}^{(l)}$ を各リンクに対し

$$a_{ij}^{(l)} = \begin{cases} 1 & (\text{確率 } {}_s\theta_{ij} \text{ で}) \\ 0 & (\text{確率 } 1-{}_s\theta_{ij} \text{ で}) \end{cases}$$

で発生させる。また $i \to j$ へのリンクが無い場合には、$a_{ij}^{(l)} = 0$ とおき、節点対節点接続行列 $A = [a_{ij}^{(l)}]$ を作る。

② $\tilde{T}^{(n)} = [\tilde{t}_{ij}^{(n)}]$

ただし

$$\tilde{t}_{ij}^{(n)} = \begin{cases} 1 & (t_{ij}^{(n)} > 0 \text{ の場合}) \\ 0 & (t_{ij}^{(n)} = 0 \text{ の場合}) \end{cases}$$

$$T^{(n)} = [t_{ij}^{(n)}] = c_0 I + c_1 A + c_2 A^2 + \cdots + c_n A^n$$

（I：単位行列，$c_k > 0$，$k = 0, 1, 2, \cdots n$）

で $\tilde{t}_{ij}^{(n)} = 1$ は節点 i と j とが直列な n 個以下のリンクで連結されている事を示し、$\tilde{t}_{ij}^{(n)} = 0$ ではそうしたパスの無い事を示している。$c_k = \binom{n}{k}$ を用いると $T^{(n)} = (A+I)^n$ となり計算時間の節約となる。

③ $\tilde{T}^{(n)}$ は n の増加に対し $n \leq n_0 - 1$（n_0：節点の個数）で収束する。$\tilde{t}_{ij}^{(\infty)} = \tilde{t}_{ij}^{(n_0-1)}$ が 0 か 1 かにより節点 i と j とが非連結か連結かがわかる。

④ ①～③を l 回繰り返し、

$$M = [m_{ij}] = \sum^{l} \tilde{T}^{(\infty)}$$

とすれば、m_{ij} は l 回のシミュレーションの中

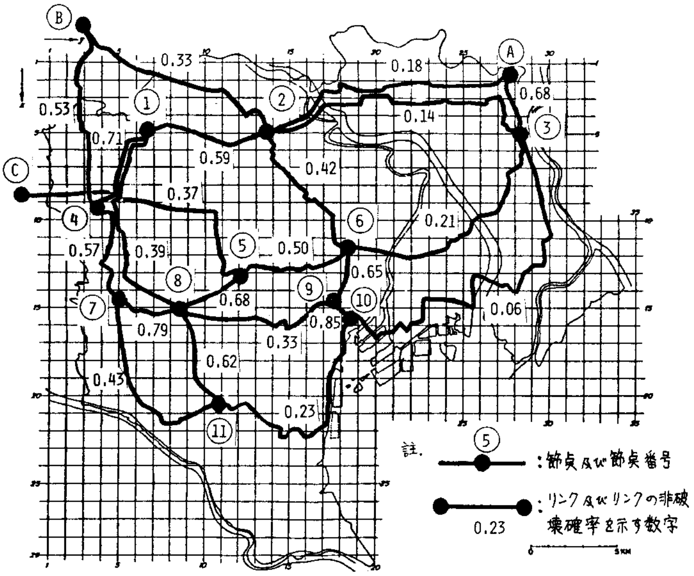

図-1　解析対象ネットワークモデル[2) 3)]

表-1　1000回のシミュレーションで節点 i と j とが連結している事象の回数

Node No.	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩	⑪	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ
①	1000	670	263	802	534	510	667	678	458	420	557	236	538	190
②		1000	356	589	465	569	525	540	449	411	454	327	515	165
③			1000	237	241	352	234	240	286	273	209	689	203	95
④				1000	543	484	711	687	446	411	577	208	610	195
⑤					1000	612	688	756	534	491	607	197	368	362
⑥						1000	548	592	706	624	495	287	365	222
⑦							1000	889	536	497	753	203	456	247
⑧								1000	584	538	787	211	444	274
⑨									1000	879	513	233	310	195
⑩			Sym.							1000	490	220	281	177
⑪											1000	183	372	216
Ⓐ												1000	180	77
Ⓑ													1000	130
Ⓒ														1000

$i \rightarrow j$ が連結されている事象の回数を示す。連結確率行列 ${}_sP$,非連結確率行列 ${}_fP$ は次のように求められる。

$${}_sP = [\ {}_sP_{ij}\ ] = [\ m_{ij} / \ell\ ] \quad , \qquad {}_fP = [\ {}_fP_{ij}\ ] = [\ 1 - {}_sP_{ij}\ ]$$

ℓ 回の独立な試行は Bernoulli 試行であり、${}_sP_{ij}$ の厳密解を ${}_s\overline{P}_{ij}$ とすると ${}_sP_{ij}$ の標準偏差(推定誤差)は $\sqrt{{}_s\overline{P}_{ij}(1-{}_s\overline{P}_{ij})/\ell}$ であり、$\ell = 1000$ 回で最高 0.016 である。また計算時間は破壊リンクの全組合わせを求める方法に比べ $\ell/2^{n_\ell}$ (n_ℓ:リンクの個数)である。

4. システムの構造の視覚化　以後の解析においては無向ネットワーク(A, $\widetilde{T}^{(n)}$, M, ${}_sP$, ${}_fP$ は対称行列)を取り扱うこととする。任意の節点ペアに対し求められる非連結確率 ${}_fP_{ij}$ は距離としての性質

$$0 \leqq {}_fP_{ij}\ (\leqq 1)\ , \qquad {}_fP_{ii} = 0\ , \qquad {}_fP_{ij} = {}_fP_{ji}\ , \qquad {}_fP_{ij} \leqq {}_fP_{ik} + {}_fP_{kj}$$ [1].

をもち、n_0 個の節点は n_0 次元ユークリッド空間に節点間の距離が ${}_fP_{ij}$ ($i, j = 1, 2, \cdots n_0$)となるように配置できる。このシステムの構造を視覚化するため多次元尺度構成法を用いる。これはバラツキの最も大きい方向に座標軸を直角に順次決めて、少ない次元でデータの構造を把握する方法である。

n_0 個の節点の重心を原点とした場合、原点から節点 j, k に至るベクトルの内積は

$$b^*_{jk} = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{n_0}\sum_{j=1}^{n_0} {}_fP_{jk}^2 + \frac{1}{n_0}\sum_{k=1}^{n_0} {}_fP_{jk}^2 - {}_fP_{jk}^2 - \frac{1}{n_0^2}\sum_{j=1}^{n_0}\sum_{k=1}^{n_0} {}_fP_{jk}^2\right]$$

上述の原点にもう一つの m 次元の直交座標系を考え節点 j の座標を $\{x_{j1}, x_{j2}, \cdots, x_{j\alpha}, \cdots x_{jm}\}$ で表わせば b^*_{jk} は内積であるから

$$b^*_{jk} \approx b_{jk} = \sum_{\alpha=1}^{m} x_{j\alpha} x_{k\alpha}$$

と近似できる。 $\lambda_1 \geqq \cdots \geqq \lambda_\alpha \geqq \cdots \geqq \lambda_m \geqq \cdots \geqq \lambda_{n_0} \geqq 0$ を行列 $[\,b^*_{jk}\,]$ の固有値、$\{z_{1\alpha}, \cdots z_{n_0\alpha}\}$ を基準化された固有ベクトルとすれば、才α主軸の成分は

$$x_{j\alpha} = \sqrt{\lambda_\alpha}\ z_{j\alpha}$$

と求まる。また m 次元までで表わされる分散の割合(累積分散率) γ は

$$\gamma = \sum_{\alpha=1}^{m} \lambda_\alpha \Big/ \sum_{\alpha=1}^{n_0} \lambda_\alpha$$

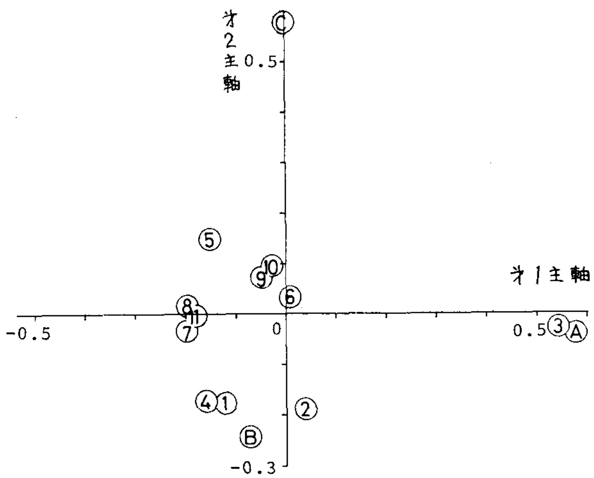

図-2　節点 ①~⑪, Ⓐ~Ⓒ の非連結確率に基く多次元尺度表示　—才1,2主軸—

5. 数値計算例　以上の方法を Shinozuka 等[2]により用いられた東京都の水道管網システムのモデルに適用した。久保・片山[3]により提案された水道管の破損被害率補正係数を用い、各リンクの平均破壊個数を求め、リンク内の破壊をポアソン過程であると仮定し、各リンクの非破壊確率 ${}_sg_{ij}$ を算定した[1]結果を 図-1 に示す。ただし破壊個数の平均値を 0.1ケ所/km とした。1000回のシミュレーションをおこなった結果得られた行列 M を表-1 に示す。多次元尺度構成法を用いた結果得られた累積分散率は才2主軸までで約57%,才4主軸までで約85%である。才1,才2主軸を横軸・縦軸として非連結確率からみたシステムの構造を図-2に示す。システムは節点Ⓐと③の組、節点Ⓒ、及びその他の節点のグループの3つのサブシステムに分けて考えることができる。図-1を検討すると節点Ⓒは他の節点と異なり節点⑤とのみ接続しており、節点Ⓐと③は他のグループと非破壊確率の低いリンクで結ばれていることがわかり、この事が前述の結果を生じた原因であると推測される。之等の結果は広域的な防災計画の際有用である。

6. 結論　地中に埋設されたライフラインネットワークシステムの地震時の機能の安定性を評価するため、地盤条件及びライフラインの構造強度を考慮に入れて、モンテカルロ法を用いてシステムの安定性を算定し、更に多次元尺度構成法を用いてシステムの機能を評価する方法を展開した。また実際のネットワークにこの方法を適用した結果、システムの耐震性の評価のための有用な資料が得られることがわかった。

参考文献　1) 田村・川上,「ライフラインのネットワークシステムの耐震性の一評価方法について」,生産研究30巻7号,1978年7月.
2) Shinozuka, Takada, Kawakami, "Risk Analysis of Underground Lifeline Network Systems", US-South East Asia Symposium on Engineering for Natural Hazards Protection, Manila, Philippines, Sept. 1977.
3) 久保・片山,「地中埋設管被害に関する調査」東京都防災会議,1975.