I-206　相互作用解析におけるインピーダンス関数の応用

京都大学工学部　正員　河野健二
京都大学工学部　正員　山田善一
運輸省港湾技研　正員　北沢壮介

1．まえがき

地震時における構造物の応答性状は，構造物自身の振動特性だけでなく基礎－地盤系の動的性質とも密接に関係している。特に最近，構造物が大規模化し軟弱地盤のような立地条件の悪い場所にも建設される機会が多くなってきたのに伴い，地盤を無視して解析することは妥当ではなくなってきた。このような構造物系の特性を把握するためには，構造物と地盤を一体としてとらえ，その動的相互作用を考慮することが不可欠であると考えられる。　地盤との相互作用を考慮した構造物の解析法として第1に地盤と構造物を一体とするモデル化を行ない解析する方法が考えられる。この方法としては有限要素法(FEM)が最も有力であり，構造物と地盤の間のエネルギーの伝達を含んだ形の解析が可能であるが計算が膨大となる恐れがある。これに対して構造物と地盤との間に作用する相互作用力を表わす剛性と減衰を介在させて上部構造物の動的応答を解析する方法が考えられる。この方法では剛性および減衰（インピーダンス関数）を求めるための基礎－地盤系の解析と，その結果を用いた上部構造物の応答解析に分けて扱うことができるため計算量が少なくなる。一般にインピーダンス関数は振動数，地盤，基礎の形状などの関数である。したがって相互作用力を含む上部構造物の応答解析は振動数領域で行なうことが必要になる。振動数領域での応答解析はＦＦＴを用いることにより高速かつ簡単に行なうことができる。本研究は，このような動的相互作用解析にＦＦＴを応用した結果を示し，その有用性について述べたものである。

2．　解析手法

基礎－地盤系の相互作用力はインピーダンス関数によって表わされる。ＦＥＭによって基礎－地盤系を解析する場合，仮想境界を設けて有限な領域に置きかえる必要がある。*J. Lysmer* らは，境界上で入射波のエネルギーを粘性力によって吸収する粘性境界を提案した。また *E. Kausel* らはＦＥＭにより解析する基礎構造物を含む地盤領域とその外側の半無限に続く層状領域とに分けて考え，各振動数におけるレイリー波，ラブ波を考慮した両領域の境界の動的剛性マトリックスを求めた。したがって基礎－地盤系の相互作用解析は基礎を含む地盤の剛性マトリックスに境界での動的剛性マトリックスを加算することによって可能となる。このようにして求めたインピーダンス関数を Fig. 1 に示す。　相互作用系として吊橋の塔－基礎系を考えて，この系の運動方程式は基礎の振動としてロッキングのみを取り出すと，

$$[\tilde{M}]\{\ddot{\tilde{x}}\} + [\tilde{C}]\{\dot{\tilde{x}}\} + [\tilde{K}]\{\tilde{x}\} = \{\tilde{F}\}\ddot{z}_g \tag{1}$$

ここに $[\tilde{M}] = \begin{bmatrix} [I] & [V]^T[M_T]\{h\} \\ \{h\}^T[M_T]\{V\} & J_t \end{bmatrix}$, $[\tilde{C}] = \begin{bmatrix} [2\beta\omega\searrow] & 0 \\ 0 & C_p \end{bmatrix}$, $[\tilde{K}] = \begin{bmatrix} [\omega^2\searrow] & 0 \\ 0 & K_p \end{bmatrix}$, $\{\tilde{F}\} = -\begin{Bmatrix} [V]^T[M_T]\{1\} \\ L_0 \end{Bmatrix}$

となる。ここに $[M_T]$, $[C_T]$, $[K_T]$ はそれぞれ塔部の質量，減衰および剛性マトリックスを表わす。$[V]$ は塔の基礎を固定した場合のモーダルマトリックスの中で応答に及ぼす影響の大きな低次モードのみを取り出したものである。また $\{1\}$ は塔部の要素分割された各節点で水平方向の変形に対して1，回転方向に対しては0からなるベクトルを表わす。$\{h\}$ は節点の水平方向の変形に対して基礎の重心点からの高さを，回転方向に対しては0からなるベクトルを表わす。またインピーダンス関数 K_p，C_p や定数 J_t，L_0 は，

$$K_p = K_R\, k_2(a_0)\ ,\quad C_p = K_R\, r\, C_2(a_0)/V_s\ ,\quad K_R = 8Gr^3\alpha_R/3(1-\nu) \tag{2}$$

$$J_t = J_p + \{h\}^T[M_T]\{h\}\ ,\quad L_0 = \{1\}^T[M_T]\{h\}\ ,\quad a_0 = \omega r/V_s$$

となる。ここに r は基礎の半径，V_s は地盤のせん断波速度を表わす。また α_R は基礎－地盤系の静的ばね剛性が半無限弾性地盤上の静的ばね定数よりも基礎の根入れなどにより増加することを表わす値である。

ところで式(1)をフーリエ変換し振動数領域で表わすと各振動数に対して周波数応答を求めることにより座

標変換された系での応答が計算できる。このようにして求めた応答を逆フーリエ変換し，座標変換を行なうと時間領域での応答も計算できる．すなわち塔部の応答 x_m は，

$$x_m=\sum_{k=0}^{N-1} C_k e^{i2\pi km/N};\ (m=0,1,\cdots,N-1)\ ,\quad C_k=\frac{1}{N}\sum_{m=0}^{N-1} x_m e^{-i2\pi km/N};\ (k=0,1,\cdots,N-1) \qquad (3)$$

に示されるように式(1)を各振動数に対して解き，それを逆変換することによって得られる。ここに N は2のべき乗であり分割数を表わす．またパーセバルの定理より

$$\frac{1}{N}\sum_{m=0}^{N-1} x_m^2=\sum_{k=0}^{N-1}|C_k|^2\ ,\qquad \frac{1}{N}\sum_{j=0}^{N-1}R_j e^{-2\pi kj/N}=|C_k|^2 \qquad (4)$$

の関係から各節点の応答に関する分散や自己相関関数は容易に計算される。式(1)に示したように非減衰時のモーダルマトリックスによる自由度の低減を行なうと，周波数応答に関する逆マトリックスの計算は簡単なものとなる。したがってFFTの利用によって応答計算は能率的，経済的に行なうことが可能となる。しかし数値計算上FFTは安定性が良いため，周波数に依存する系の応答解析を容易に行なうことができる。

3．解析結果

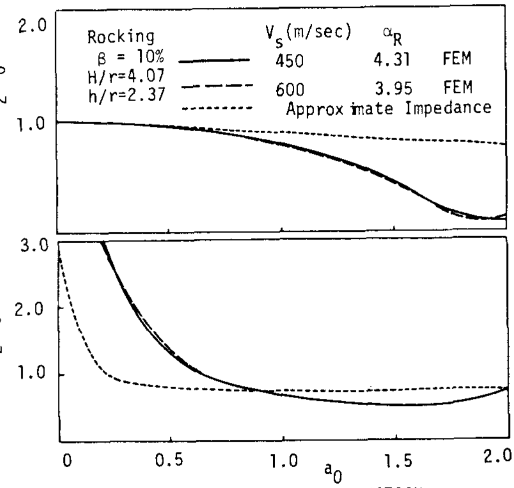

Fig.1 IMPEDANCE FUNCTION

Fig. 1 に示されているようにインピーダンス関数は基礎－地盤系に境界条件を設定しFEMにより求めた値と波動論的に求められた近似値の間には相違がある。一般に近似的な半無限地盤における $k_2(a_0)$ の値は FEM によるものよりも大きく，いずれの場合も無次元振動数 a_0 の増加にともない減少する傾向にある。しかもFEMのものに比べてその傾向は緩やかである。一方 $C_2(a_0)$ は，内部減衰のため a_0 の増加にともない逆比例的に減少する。半無限地盤に対して近似的に求められた値よりFEMによる $C_2(a_0)$ は $a_0<0.9$ では大きく，$a_0>1$ では小さくなる。したがってFEMによりインピーダンス関数を求めると，逸散減衰の影響は近似的なものよりも $a_0<0.9$ では大きいと言える。Fig. 2 はFFTを用いて行なった吊橋の塔基礎系の地震応答解析の一例を示したものである．Fig. 1 に示されるように基礎の側方地盤と底面地盤の剛性の比が $G_{ss}=0.2$ と異なる場合のインピーダンス関数を用いると2．で示したようにFFTを利用した応答解析により rms 応答 σ_x や最大変位応答 x_{max} が計算できる。基礎の下方地盤のせん断波速度 V_s が 450 m/s と 600 m/s の2つの場合に関して，σ_x，x_{max} とも近似的なインピーダンス関数を用いた場合は FEM により得られたインピーダンス関数を用いた場合より大きい。そして基礎の下方の地盤の剛性の大きさに関係なく，ほぼ一定の割合でFEMによるインピーダンス関数を用いると，応答は低く抑えられている。これは $k_2(a_0)$ の減少にともなう変位応答の増加よりも $C_2(a_0)$ の逸散減衰の増加による応答の減少が卓越するためと考えられる。なお本解析では地震波として EL CENTRO NS (1940) の最大加速度を 200 gal として用いた。

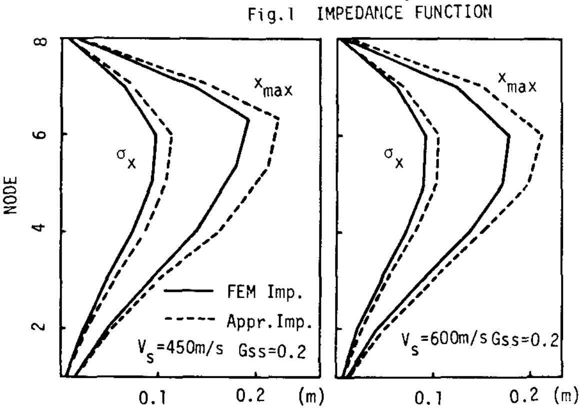

Fig. 2 RESPONSE

4. あとがき

振動数依存の相互作用系の地震応答解析はモード解析による自由度の低減後，FFTを用いることにより非常に効果的に行う とができる。

参考文献 E. Kausel 他, ASCE, EM5, 1975, pp. 679–pp 693