I-180 無限要素を応用したケーソン・地盤系の振動解析に関する研究

東北大学工学部 正員 浅野照雄
同上 正員 佐武正雄
大成建設 正員 近藤彰

1. まえがき

地盤・構造物連成の振動解析においては有限要素法が多く用いられているが、半無限の地盤に仮想境界を設けて有限な系におきかえるために、構造物からの逸散エネルギーの評価が問題となっている。これを改良する手法が二，三提案されているが[1]、P. Bettes[2]は有限要素の形状関数に指数減衰項を含めたラグランジェ多項式表現を用い、その要素（*infinite element*；無限要素と呼ばれる）を従来の有限要素の境界に付加して解析する手法を提案し、流体問題に応用してよい結果を得ている。本文は、この手法をケーソン・地盤系の振動解析に応用し、地盤中の仮想境界で逸散エネルギーの取扱いを特に考慮しない有限要素法の結果と比較して、無限要素を応用することの妥当性を検討したものである。

2. 無限要素に用いる形状関数

2次元問題における任意の次数の形状関数は、最も簡単で系統的な方法として x, y 座標を含む適当な多項式を単純にかけあわせて得られる[3]。今、1次元について n 個の節点を考え、最初の $n-1$ 個は有限な x 座標をもち、n 番目は無限遠にあるとすると、指数減衰項を含むラグランジェ多項式で表わされる形状関数は

$$N_i = e^{(x_i-x)/L}\prod_{\substack{j=1\\ j\ne i}}^{n-1}\left(\frac{x_j-x}{x_j-x_i}\right) \qquad (1)$$

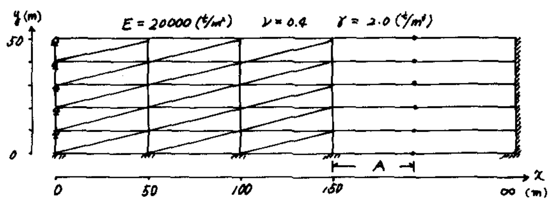
となる。ここで、L は指数減衰の程度を与える任意の値（$L\neq 0$）で指数減衰長と呼ぶ。形状関数(1)式は $N_i(x_j)=\delta_{ij}$ を満足し、また N_n は $N_n = 1-\sum_{i=1}^{n-1} N_i$ から求まる。従って、本文では、地盤の表面に沿った x 方向にこの無限要素形状関数(1)式を，深さ y 方向には従来のラグランジェ多項式を用いることとすれば、結局2次元の形状関数として次のものが得られる。即ち、

$$N_{ij} = e^{(x_i-x)/L}\prod_{\substack{j=1\\ j\ne i}}^{n-1}\left(\frac{x_j-x}{x_j-x_i}\right)\cdot\prod_{\substack{k=1\\ k\ne l}}^{n}\left(\frac{y_k-y}{y_k-y_l}\right) \qquad (2)$$

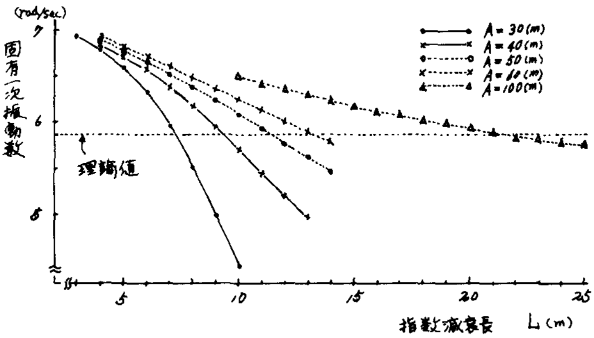
3. 応用例

3.1 均質地盤の振動解析

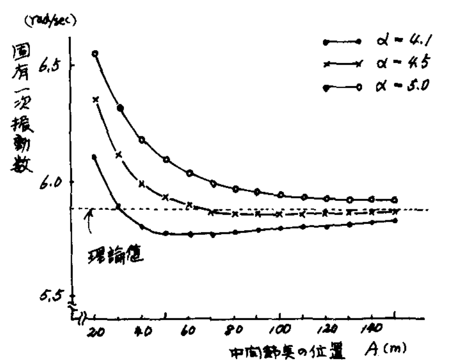
図−1に示したように、半無限均質地盤を有限要素と無限要素（6節点）でモデル化し地盤の固有一次振動数を求め、弾性波動論による理論値と比較して無限要素の中間節点の位置 A(m) と指数減衰長 L(m) を決める。まず、指数減衰長と固有一次振動数との関係を調べたのが



図−1 均質地盤のモデル化

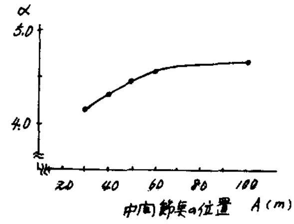


図−2 指数減衰長と固有一次振動数との関係



図−3 無限要素の中間節点の位置と固有一次振動数との関係

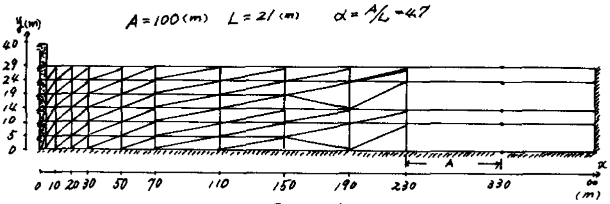
図－２であるが、これから地盤の固有一次振動数は中間節点の位置が一定なら、指数減衰長Lが大きくなる程小さくなる傾向があり、この傾向は中間節点の位置が有限要素との境界より離れる程小さくなることがわかる。また、理論値と一致する指数減衰長Lは、中間節点の位置が境界より離れる程大きくなる。次に、中間節点の位置Aと指数減衰長Lとの比（$A/L=\alpha$）を一定として、中間節点の位置と固有一次振動数との関係を調べたのが図－３であるが、これから、中間節点の位置が境界から離れる程固有一次振動数は理論値に漸近して行き、又、最も収束の早いαが存在することがわかる。これは、図－２の各曲線の理論値に相当するAとLを読みとりαを求め、そのときのAとαの関係をプロットした図－４からもわかる。即ち、中間節点の位置が境界から離れるにつれて、αの値は或る値に近づいて行く。以上から、地盤の固有振動数は無限要素の中間節点の位置と指数減衰長Lによって大きな影響をうけるが、中間節点の位置をある程度大きくとれば、比較的影響が少なくなる中間節点の位置と指数減衰長との比が存在することがわかった。



図－4 理論値と一致するαと中間節点の位置との関係

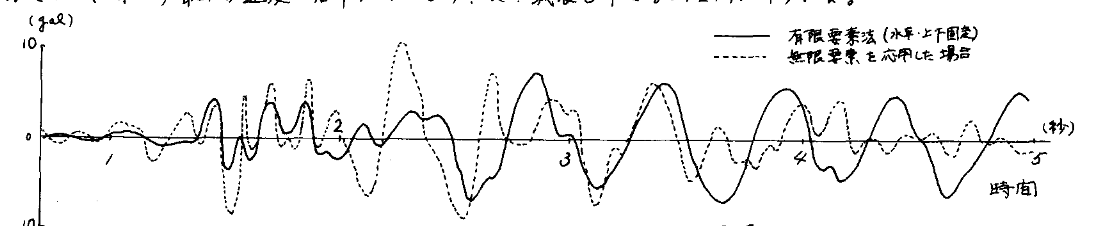
3.2 ケーソン・地盤の地震応答解析

宮城県桃生郡の北上川に架設されている飯野川橋のケーソン・地盤を図－５のように $x=230m$ までは有限要素，それ以上は無限要素（中間節点は $x=330m$）でモデル化した。なお、境界条件は、$x=0m$ の所は水平自由，上下固定，有限要素解析のみの場合は $x=230m$ の所で水平自由及び固定・上下固定，無限要素を用いた場合 $x=\infty$ で水平・上下固定とし、更に基盤では水平・上下固定である。また、ここで用いた無限要素は3.1で得られた結果に基づいて、中間節点の位置は $A=100m$，指数減衰長 $L=21m$，$\alpha=A/L=4.7$ である。



図－5 飯野川橋の地盤・ケーソンのモデル化

固有値解析の結果は、有限要素のみの場合より無限要素を用いた場合の方が振動数は小さい値となった。次にケーソン底部付近の地盤で得られた地震記録（昭和50年10月9日，震度Ⅱ）を用いて応答計算を行った。結果の１例を図－６に示すが、橋脚の実測値は数倍も大きいので図では省略した。図－６から、無限要素を用いた場合、有限要素の結果より最大加速度が若干大きくなり、又、減衰も早くなる傾向がみられる。



図－6 応答加速度波形（橋脚頂部）

4. あとがき

ケーソン・地盤の有限要素解析における仮想境界のとり扱いを無限要素を用いて振動解析を行なったが、応答解析では実測値をかなり下まわった。これは、モード法の使用・モデル化の方法等に原因するものと考える。しかし、無限要素を用いた場合、応答の減衰が早くなったが、これは逸散エネルギーが無限要素である程度評価されたものと推定される。

尚、無限要素については、東北大学工学部土木工学科 新関 茂氏に御助言いただいたのでここで謝意を表します。

参考文献

1) J. Lysmer and R.L. Kuhlmeyer, 'Finite dynamic model for infinite media', J. Eng. Mech. Div., Proc. ASCE 85~105 (1972)
2) P. Bettes, 'Infinite Element', Int. J. for Numer. Methods in Engng, vol. 11, 53~64 (1977)
3) O. C. ツィエンキーヴィッツ著 ：基礎工学におけるマトリックス有限要素法，培風館.