

川崎重工業(株) 正員 坂井 藤一

1 まえがき

近年液体タンクの耐震安全性がさまざまな角度から検討されているが、その一つの問題は液体-固体の連成振動(流力弾性振動)である。流力弾性振動はダムや海洋構造物などでも生ずるものであるが、実際問題としては種々の複雑な境界条件などを考慮に入れる必要がある。このような場合有限要素法の適用が便利であるが、その一般的取扱いは必ずしも確立しているとはいえない。ここではそのような観点から一般的な理論とそのタンク振動問題への応用を論ずることにする。

2 流力弾性振動の変分原理

弾性体(微小変位)については周知のHamilton原理が成立する。すなわち、

$$\delta \int_{t_0}^{t_1} L_e dt = 0 \quad (1)$$

$$\text{ここで、} L_e = T_e - V_e \quad (2)$$

$$T_e = \int_{\Omega_e} \frac{\rho}{2} \dot{u}^2 d\Omega \quad (3)$$

$$V_e = \int_{\Omega_e} \left(\frac{1}{2} \ell^T A \ell - \bar{f}^T u \right) d\Omega - \int_{S_f} \bar{T}^T u dS \quad (4)$$

一方完全流体(うず無し流れ)についても同様にHamilton原理が成立することが分っている。これを速度ポテンシャルによって表せば、

$$\delta \int_{t_0}^{t_1} L_f dt = 0 \quad (5)$$

$$\text{ここで、} L_f = T_f - V_f \quad (6)$$

$$L_f = - \int_{\Omega_f} \frac{\rho}{2} \text{grad}^2 \Phi d\Omega + \int_{S_r} \bar{u}_n \Phi dS \quad (7)$$

$$V_f = - \int_{\Omega_f} \bar{f}^T u d\Omega - \int_{S_p} \bar{p} u dS \quad (8)$$

以上から液体-弾性体連成系についてもHamilton原理が成立するはつである。実際、流体場における物

体力を重力とし、 $\bar{p} = 0$ on S_f , $\bar{u}_n = 0$ on S_r 、自由表面を S_f 、液体-弾性体接触面を S_c とすれば、Lagrangianを次のようにすればよい。

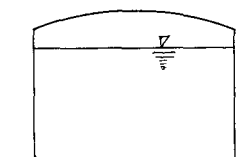
$$L = \int_{\Omega_e} \left(\frac{\rho}{2} \dot{u}^2 - \frac{1}{2} \ell^T A \ell + \bar{f}^T u \right) d\Omega - \int_{S_f} \bar{T}^T u dS - \int_{\Omega_f} \frac{\rho}{2} \text{grad}^2 \Phi d\Omega + \int_{S_f} \left(-\frac{\rho g}{2} \eta^2 + \rho \dot{\eta} \Phi \right) dS + \int_{S_c} \rho \bar{u}_n \Phi dS \quad (9)$$

ここで、 η は表面変動量である。

式(9)を用いて一般的な流力弾性解析を行なうことができる。以下では本式に基づいて液体タンクを解析した例を示す。

3 円筒タンクのパルジング

図-1に示すような円筒タンクの流力弾性振動解析を実施した。実タレク用に有限要素法を適用し、タンクはシェ



ルリング要素、液体は円板状要素に分割した。式(9)より得られるマトリックス方程式は次のようになる。

$$\begin{bmatrix} M_{11} + M'_{11} & M'_{12} \\ \text{sym.} & M'_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{\eta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11} & 0 \\ \text{sym.} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \eta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

↑付き項は加質量項である。

これを解いた結果として次のような諸量が得られる(文献1), 2), 3)。

① 固有振動解析から、スロウリングと躯体振動(パルジング)とはほとんど独立であることが分った。前者は剛体タンクの場合に相当し、きわめて長周期である。後者は流力弾性振動として特徴的な現象である。その一例を図-2に示す。

② 地震応答解析から、パルジングに伴って生ずる動圧力はHousnerなどの剛体モデルに比べて相当に増大されることが分る。一例を図-3に示す。

以上の結果から短周期地震波に対してパルジングが重要な振動特性であることが分る。また、これはスロウレン

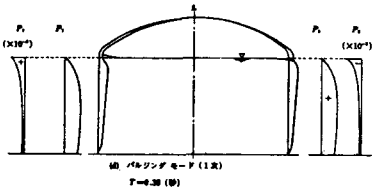
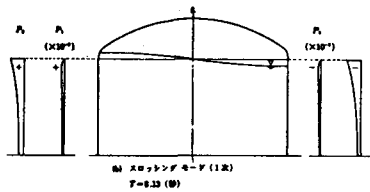


図-2 スロッシングとバルビング

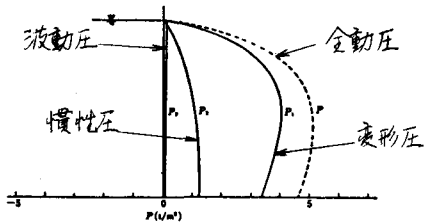


図-3 動圧力の種類とオーダー

と独立に扱ってよいので、解析の簡略化が可能である。以下その誘導法を示す。

4 断面変形を考慮したはりとしてのモデル

底部が剛な円筒タンクの水平運動に対するバルビングモデルとして次のようなはりを考える。

たわみ: v せん断剛性: $G\pi at$

曲げたわみ角: ψ 曲げ剛性: EI

断面変形: $w \cos \theta$

また、速度ポテンシャルに対しては、

$$\text{表面波動場視 } \Phi = 0 \text{ on } S_f \quad (11)$$

$$\Phi = \phi \cdot r \cos \theta \quad (12)$$

と仮定する。結局、式(9)より Lagrangian は、

$$L = \int_0^H \left[-\frac{\rho \pi a^2}{2} \left(\dot{\phi}^2 + \frac{a^2}{4} \dot{\phi}^2 \right) + \rho \pi a^2 (\dot{v} + \dot{w}) \phi - \frac{1}{2} G \pi a t (v' - \psi')^2 - \frac{1}{2} E I \psi'^2 - \frac{1}{2} \frac{E \pi t}{a} w^2 \right] dx \quad (13)$$

ただし、タンクの質量は無視している。これより内流液を有するはりの方程式を導くことができる。

5 浮屋根タンクのスロッシング

図-4のような浮屋根タンクのスロッシングを考える。この場合の Lagrangian は式(9)より次のようになる。

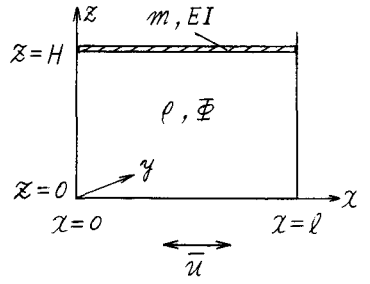


図-4 浮屋根タンク

$$L = \int_0^l \left[\frac{m}{2} \dot{\eta}^2 - \frac{EI}{2} \eta_{,xx}^2 - \int_0^H \frac{\rho}{2} \text{grad}^2 \Phi dx + \rho \dot{\eta} \Phi|_{z=H} - \frac{\rho g}{2} \eta^2 \right] dx + \int_0^H \rho \ddot{u} (\Phi|_{x=0} + \Phi|_{x=l}) dx \quad (14)$$

これを変形して次の表面積分に帰着することが可能である。

$$L = \int_0^l \left[\frac{m}{2} \dot{\eta}^2 - \frac{EI}{2} \eta_{,xx}^2 + \rho \dot{\eta} \Phi|_{z=H} - \frac{\rho g}{2} \eta^2 \right] dx \quad (15)$$

これを境界積分法と呼んでいる。式(15)を用いて浮屋根タンクのスロッシング固有振動数を求めた結果が図-5である。⁴⁾

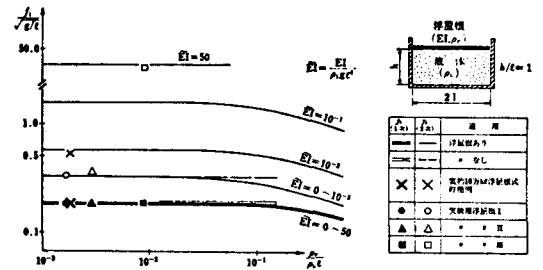


図-5 スロッシング固有振動数

以上の解析の詳細および実験的検証などは巻頭の発表に譲る。

文献

- 1) 国田・坂井・迫田: 川崎技報 59号 (1975)
- 2) 坂井・迫田: 第4回日本地震工学シンポジウム 論文集 (1975)
- 3) 国田・坂井・迫田・多田: 川崎技報 61号 (1976)
- 4) 坂井・月岡・真砂・酒井: 圧力技術 15-1 (1977)