

広島工業大学 正員 中山 隆弘
中国技術工業 高田 尚平
大阪大学工学部 正員 小松 定夫

[1] まえがき 通常、構造物あるいは構造部材の疲労寿命は、定荷重疲労実験結果による $S-N$ 曲線と、耐用期間中にそれらに作用する変動応力の頻度分布とにより、いわゆる累積損傷則に基づいて予測されることが多い。ただこの場合、累積損傷則があくまで便宜上の仮説であることもあって、予測結果は一般にかなり大きなばらつきを伴う。このばらつきは、応力の時間的作用経過を無視し、単に統計的応力頻度のみによって損傷を評価しようとする点にも無論原因はあるが、試験片および試験条件をほぼ同一にしたり中村・堀川¹⁾による二段重荷重実験の結果(図1)にも見られるように、必ずしもそれだけでは十分を説明はできない。すなわち、本来材料の疲労破壊現象は、材料学的な立場で言えば組織感受性に属し、本質的に統計的現象であるから、この性質を積極的に寿命評価に組入れて、はじめて上述のばらつきをより明確にし得るものと考え。事実、構造物の疲労破壊に対する従来の信頼性解析²⁾においても、材料の疲労寿命と確率量とを見せし理論展開がなされている。しかし物理的な諸問題は言うまでもなく、大きさの異なる応力に対する疲労寿命に、完全な従属関係が存在するとしている点など、実用的レベルの問題にも、検討の余地は残されていると思われる。このような観点から、本研究は、統計量で与えられる不規則変動応力を受ける構造部材の、耐用期間中における疲労破壊に対する信頼性を考察することを目的とするが、本報告は、あらかじめ作用応力の大きさと頻度分布を与えられた構造部材の疲労破壊に対する信頼性と、疲労寿命の破率分布について考述したものである。

[2] 不規則変動応力を受ける構造部材の疲労破壊破率 本研究では、不規則変動応力を幾段かのステップ状の多段階応力(多段階重極応力)に変換し、累積損傷則を用いることによって、定荷重疲労実験により得られる疲労寿命の破率分布を有効に利用して、構造部材の疲労破壊破率を算定する。

いま構造部材がその耐用期間中に、振幅が $S_1, S_2, \dots, S_n$ なる応力を、それぞれ $n_1, n_2, \dots, n_n$ 回繰返し受けるものとある。また各応力に対する材料の疲労寿命を破率量とし、それぞれ $M_1, M_2, \dots, M_n$ とすれば、Newmark らによって定義された累積回数比 $R = \sum_{i=1}^n R_i = \sum_{i=1}^n n_i / M_i$ (1) も同様に破率量になる。破率論によれば、 M_i の破率密度関数 $f_{M_i}(M_i)$ によって、 $R_i = n_i / M_i$ の密度関数 $f_{R_i}(R_i)$ は次式で与えられる。 $f_{R_i}(R_i) = n_i^2 / R_i \cdot f_{M_i}(n_i / R_i)$ (2) ここで M_i と $M_j (i+j)$ を便宜上独立な確率変数であるとすれば、 R_i と $R_j (i+j)$ も互いに独立な確率変数となり、したがって R の密度関数 $f_R(R)$ は、 $f_{R_i}(R_i) (i=1 \sim n)$ を用いて、convolution によって次式から求めることができる。

$f_R(R) = \int_0^R f_{R_{n-2}}(R-t) f_{R_n}(t) dt$ (3) 式中 $f_{R_{n-2}}(R_{n-2}) = \int_0^{R_{n-2}} f_{R_{n-3}}(R_{n-2}-t) f_{R_{n-1}}(t) dt, \dots, f_{R_2}(R_2) = \int_0^{R_2} f_{R_1}(R_2-t) f_{R_3}(t) dt, f_{R_1}(R_1) = \int_0^{R_1} f_{R_2}(R_1-t) f_{R_3}(t) dt, R_1 = R_1 + R_2, R_i = R_{i-1} + R_{i+1} (i=2 \sim n-2)$ である。また Newmark らは、 R がある損傷度 D に達したとき疲労破壊が発生するものとしているが、ここでもその考え方にしたがえば、部材の疲労破壊破率は、 $P_f = \int_0^\infty f_R(R) dR$ (4) を計算することによって得られる。

[3] 数値計算例および考察 一定荷重に対する疲労寿命が2つの母数、すなわち尺度母数と形状母数とによって規定されるワイブル分布を示し、各応力の作用頻度が図2のように与えられる4段階重極応力を受ける構造部材を想定して、数値計算を実施した。このとき任意応力レベルにおける疲労寿命の尺度母数については、広い応力範囲で実施されているとの理由によって、E. Ravilly³⁾ が行った鉄線のねじりに対する疲労実験結果より、新

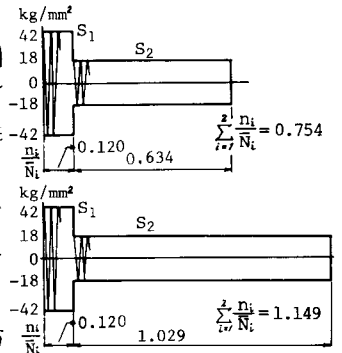


図1 二段重荷重実験による疲労寿命のばらつき (S35C材)

次に最尤法によって決定した値を用い(図3), 形状母数については, 実験データとは異なるが, 今回は寿命のばらつきの大きさが応力レベルには無関係で一定であるような場合の問題に範囲を絞り, 応力レベルにかかわらず3.0と設定した。また4段階の応力については, 表1のように定めた。なお図2における M_e は作用応力の全繰返し数を, M_1, M_2, M_3, M_4 は, それぞれ応力 S_1, S_2, S_3, S_4 の作用頻度を, C_1, C_2, C_3, C_4 はそれらの割合を示すもので, とりあえず $C_1:C_2:C_3:C_4=3:4:5:6$ とした。

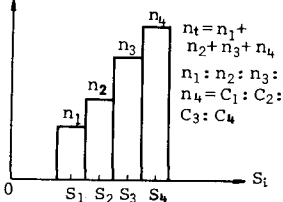


図2 作用応力の頻度分布

表1 応力モデル 単位 kg/mm^2

model level	A	B	C	D
1	31.0	26.0	22.0	18.5
2	28.0	23.5	19.9	16.8
3	25.0	21.0	17.7	14.9
4	22.0	18.5	15.6	13.1

さて図4は, Minerの仮説にしたがって, 損傷度 D が1に達したとき疲労破壊が生ずるものとして求めた, 各応力モデルに対する作用応力の全繰返し数 N_e と疲労破壊確率 P_f との関係を示したものである。図中の各 $M_e \sim P_f$ 曲線上の○印は, 各応力レベルにおける疲労寿命 N_f として, 平均値(ほぼ非超過確率が50%の値) $\bar{N}_f$ を採用し, Miner則によって求めた各応力モデルに対する破壊時までの総繰返し数を与える。これによれば, 多段重複応力を受ける部材が, ○印で与えられる寿命の予測値以下の総繰返し数で破壊に到る確率は0.80(0.80強であり, Yaoが文献4)で設けた仮定, すなわち「各応力レベルにおける疲労寿命 N_f として, 非超過確率が $P_f(\%)$ になる値 $N_{f,p}$ を用いてMiner則によって推定した多段重複応力に対する疲労寿命は, やはり非超過確率が $P_f(\%)$ になるような値である」とする仮定と, かなり違った結果を示している。これは N_f と N_e が互いに独立な確率変数であるとしたことに帰因するのかもしれないが, とにかく上述の仮定については, 物理的, 確率論的な立場からの検討が必要であろう。次に図5は, M_e と P_f との関係をワイブル確率紙上にプロットしたものであり, 各応力モデルのいずれについても, 各点はほとんど同一直線上にある。これはYaoによって得られた, 一定繰返し荷重に対する部材の疲労寿命が対数正規分布を示すとき, 重複荷重による寿命も対数正規分布を示すとの結論を裏付けるものであり, 物理的には多くの問題を含むにせよ, 実用的な観点から, 今後パラメトリックな計算に基づいて検討を進めてゆきたい問題の一つである。

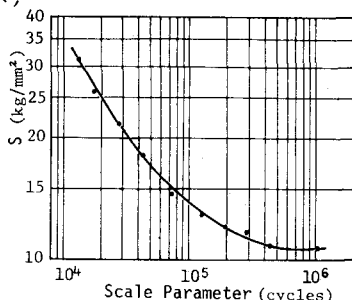


図3 応力レベルと尺度母数との関係

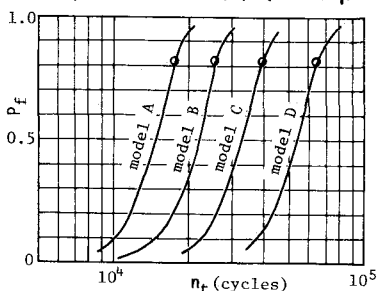


図4 作用応力の全繰返し数と疲労破壊確率との関係

④ あとがき 本報では便宜上多くの仮定を用いたが, その中には現状では設定せざるを得ないものも含まれている。例えば不規則変動応力を, 応力の作用順序を無視して多段重複応力に置換する等である。これに対し, 異なる応力レベルにおける疲労寿命の相関性(すなわち N_f と $N_f(i+j)$ との相関性)およびばらつきの大きさ等に対する検討は当面の課題であり, それによって, 本研究の結果とYaoによる結果との一致点あるいは不一致点に対しても, より考察を深めることができるものと思われる。

〔参考文献〕

- 1) 中村・堀川: 最小の $\Sigma(N_f/N)$ の値を与える応力パターンに関する実験, 日本機械学会論文集, 36巻287号, 1970年7月
- 2) 例: 前田・宮村: 道路橋安全性の確率論的考察, 第19回橋梁・構造工学研究発表会論文集, 1972年12月
- 3) A.M. Freudenthal: Planning and Interpretation of Fatigue Tests, ASTM, STP121, 1957年6月
- 4) J.T.P. Yao: Fatigue Reliability and Design, Jour. of Structural Div., Vol.100, No. ST9, 1974年9月

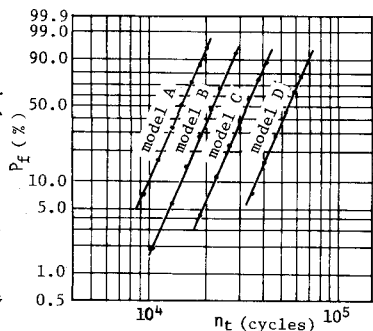


図5 ワイブル確率紙上にプロットした重複荷重による部材の疲労寿命