

鳥取大学工学部 学生員 ○ 藤原 剛
 鳥取大学工学部 正員 白木 渡
 鳥取大学工学部 正員 高岡 宣善

1. まえがき 初期たわみおよび残留応力を有する完全弾塑性圧縮部材の信頼性解析を確率過程論を用いて行った。本研究では、部材強度を構成する不規則要因として先に報告した研究¹⁾において考慮した初期たわみ、降伏点強度および細長比の3つのパラメータに加えて残留応力をも考慮し、それら4つのパラメータが正規確率変数、作用荷重が正規確率過程である場合の部材の破壊確率を求めた。そして部材の強度および作用荷重の各不規則要因および部材の耐用期間などが部材の破壊確率におよぼす影響を明らかにした。

2. 初期不整を有する圧縮部材の座屈強度 図-1に示すような両端ヒンジの圧縮部材を考える²⁾。部材は長方形断面を有する等方性の完全弾塑性材料で作られ、初期たわみ $y_0(x) = y_{0m} \sin \frac{\pi x}{l}$ および図-2で示されるような残留応力を有しているものとする。また、部材のたわみ曲線は正弦半波形であるとし、残留応力の分布形はx軸方向に変化しないものと仮定する。圧縮部材の許容座屈応力 σ_c は、不可避の小さな初期たわみ y_{0m} が部材に存在する場合について考慮すれば、つぎの式で与えられる³⁾：

$$|m| = 3(1 - \sqrt{\frac{\sigma_c}{\sigma_E}}) \left(\frac{\sigma_{rc}}{\sigma_c} + \frac{\sigma_y}{\sigma_c} - 1 \right) - 2 \frac{\sigma_{rc}}{\sigma_c} + 2 \frac{\sigma_y}{\sigma_E} \quad (1)$$

上式中、 $\sigma_{rc} = \alpha \sigma_y$ ($0 \leq \alpha \leq 1$) とする(図-2参照)。また、 m は不完全係数とよばれるもので $m = y_{0m}/\rho$ で定義される。 ρ は断面の校半径である。そして $|m|$ は m の絶対値を表わす。また、 σ_y は降伏点応力、 σ_E はオイラーの座屈応力である。

3. 圧縮部材の破壊確率の算定式 部材の強度 σ_c の確率密度は、降伏点応力 σ_y 、細長比 λ および不完全係数 m が正規確率変数であるとして、次式で与えられる：

$$f_{\sigma_c}(\sigma_c) = \int_0^{\pi \sqrt{\frac{\sigma_E}{\sigma_c}}} \int_{g(\sigma_c, \lambda)}^{\infty} \frac{2}{\sqrt{2\pi} D_m} \exp\left[-\frac{m^2}{2D_m}\right] \frac{1}{\sqrt{2\pi} D_y} \exp\left[-\frac{(\sigma_y - \bar{\sigma}_y)^2}{2D_y}\right] \frac{1}{\sqrt{2\pi} D_\lambda} \exp\left[-\frac{(\lambda - \bar{\lambda})^2}{2D_\lambda}\right] d\sigma_y d\lambda \quad (2)$$

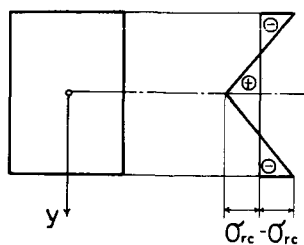
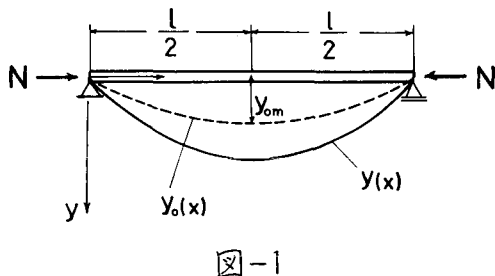
ただし、

$$g(\sigma_c, \lambda) = \frac{3\sigma_c}{\alpha + 3 - 2\alpha \sqrt{\frac{\sigma_E \lambda^2}{\pi^2 E}} (1 + \sqrt{\frac{\sigma_E \lambda^2}{\pi^2 E}})} \quad (3)$$

ここに、 $\bar{\sigma}_y$: σ_y の期待値； $\bar{\lambda}$: λ の期待値； D_m : m の分散； D_y : σ_y の分散； D_λ : λ の分散である。

作用荷重 $\sigma_f(t)$ が定常確率過程で、この確率過程とその導関数 $\dot{\sigma}_f(t)$ が非相関であり、 $\sigma_f(t)$ が部材強度 σ_c を超過することが非常にまれであるとして、耐用期間 T における部材の破壊確率 $Q(T)$ はつぎようになる⁴⁾。

$$Q(T) = 1 - \int_0^{\infty} f_{\sigma_c}(\sigma_c) \left\{ \int_{\sigma_f}^{\sigma_c} f_{\sigma_f}(\sigma_f) d\sigma_f \cdot \exp\left[-T \cdot f_{\sigma_c}(\sigma_c) \int_{\sigma_f}^{\sigma_c} \dot{\sigma}_f f_{\dot{\sigma}_f}(\dot{\sigma}_f) d\dot{\sigma}_f\right] \right\} \quad (4)$$



ここに、 $f_f(\sigma_f)$ および $f_{\dot{\sigma}_f}(\dot{\sigma}_f)$ は、それぞれ作用荷重 $\sigma_f(t)$ およびその導関数 $\dot{\sigma}_f(t)$ の確率密度である。今、作用荷重 $\sigma_f(t)$ とその導関数 $\dot{\sigma}_f(t)$ がともに正規定常確率過程であると考え、式(2)の部材強度 σ_c の確率密度 $f_{\sigma_c}(\sigma_c)$ を式(4)に代入する、部材の破壊確率 $Q(T)$ はつぎようになる：

$$Q(T) = 1 - \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{\pi \sqrt{E}}{\pi \sqrt{2\pi} S \sqrt{\lambda^2 \sigma_g^2 V_{\sigma_g}} V_{\sigma_f}} \exp\left[-\frac{(\lambda - \bar{\lambda})^2}{2\lambda^2 V_{\lambda^2}}\right] \exp[-X_1] \left\{ \frac{X_5}{2X_3} \exp[-X_3^2 g(\sigma_c, \lambda)] - X_2 g(\sigma_c, \lambda) - X_5 \exp\left[\frac{X_2}{4X_3}\right] \right. \\ \left. \cdot \frac{\sqrt{\pi} X_2}{2\sqrt{X_3}} (1 - \Phi(Z)) - X_4 \exp\left[\frac{X_2^2}{4X_3}\right] \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{X_3}} (1 - \Phi(Z)) \right\} \cdot \exp\left[-T \frac{B_{\sigma_f}}{2\pi V_{\sigma_f}} \exp\left[-\frac{(\lambda \sigma_c - \sigma_{co})^2}{2V_{\sigma_f}^2 \sigma_{co}^2}\right]\right] \cdot \left[\Phi\left(\frac{\lambda \sigma_c - \sigma_{co}}{V_{\sigma_f} \sigma_{co}}\right) - \Phi\left(\frac{-1}{V_{\sigma_f}}\right) \right] d\lambda d\sigma_c \quad (5)$$

ただし、

$$X_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{X_6^2}{\lambda S} + \frac{1}{V_{\sigma_f}^2} \right), \quad X_2 = \frac{X_6 X_7}{\lambda S} - \frac{1}{V_{\sigma_f} \sigma_g}, \quad X_3 = \frac{1}{2} \left(\frac{X_7^2}{\lambda S} + \frac{1}{V_{\sigma_f}^2 \sigma_g^2} \right), \quad X_4 = \left(\frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \right)^{-\frac{1}{3}} \sigma_c^{-\frac{2}{3}},$$

$$X_5 = (\alpha + 3) \sigma_c^{-2} - 2(\alpha + 1) \left(\frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \right)^{-\frac{1}{3}} \sigma_c^{-\frac{5}{3}}, \quad X_6 = 3 \left\{ \left(\frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \right)^{-\frac{1}{3}} \sigma_c^{\frac{1}{3}} - 1 \right\},$$

$$X_7 = (\alpha + 3) \sigma_c^{-1} - 3(\alpha + 1) \left(\frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \right)^{-\frac{1}{3}} \sigma_c^{-\frac{2}{3}} + 2\alpha \left(\frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \right)^{-1}, \quad g(\sigma_c, \lambda) = \frac{3 \sigma_c}{\alpha + 3 - 2\alpha \sqrt[3]{\frac{2^2 E}{\pi^2 E} (1 + \sqrt[3]{\frac{\lambda^2 E}{\pi^2 E}})}},$$

$$Z = \sqrt{2} \left(\frac{X_2}{2\sqrt{X_3}} + g(\sigma_c, \lambda) \sqrt{X_3} \right), \quad \Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t \exp\left[-\frac{u^2}{2}\right] du.$$

ここに、 $S = \sqrt{D_m} / \bar{\sigma}$; $V_{\sigma_g} = \sqrt{D_{\sigma_g}} / \sigma_g$: σ_g の変動係数; $V_{\sigma_f} = \sqrt{D_{\sigma_f}} / \sigma_f$: σ_f の変動係数; $D_{\sigma_f} = -K_{\sigma_f}''(0) = \sigma_f^2 B_{\sigma_f}$: σ_f の分散; $K_{\sigma_f}(\tau)$: σ_f の相関関数; $\lambda = \sigma_c / \sigma_f$: 中央公称安全率; $\sigma_{co} = \min(\sigma_g, \sigma_E)$: 公称強度。

4. 数値計算例および考察 数値計算は、作用荷重 $\sigma_f(t)$ が相関関数 $K_{\sigma_f}(\tau) = D_{\sigma_f} \exp[-\beta \tau^2]$ を有する正規定常確率過程である場合について行なった。その一例を図-3および図-4に示す。図-3および図-4は、それぞれ $\alpha (= \sigma_{co} / \sigma_g)$ が0および0.3の場合の破壊確率 $Q(T)$ と中央公称安全率 λ との関係を、種々の細長比の期待値に対して示したものである。いずれの場合も、ヤング率 $E = 2.1 \times 10^6$ kg/cm², $\beta = 1 / \text{day}^2$ とし、 S の値はBritish Standardsの規定を参考にして、 $S = 0.003$ として計算を行なった。図から明らかなように、耐圧期間 T が0および1000 daysのいずれにおいても、残留応力を考慮した場合の方が、かなり $Q(T)$ が増大している。このことは、残留応力が圧縮部材におよぶ影響を軽視できないことを示している。また、部材の細長比の期待値が限界細長比 $\lambda_{lim} = \pi \sqrt{E} / \sigma_g \approx 86$ の場合に $Q(T)$ がもっとも大きくなっている。このことは、細長比が中程度、すなわち60~100程度の場合には、安全率を大きくする必要性のあることを示している。

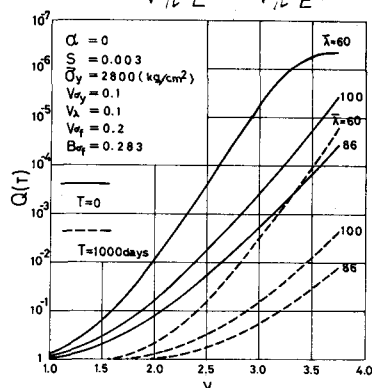


図-3

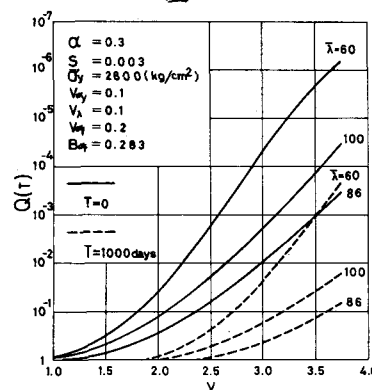


図-4

1) 白木、高岡：圧縮部材の確率論的設計法，土木学会第32回講演概要集，1977，I-158

2) G. Augusti et A. Baratta: Théorie Probabiliste de la Résistance des Barres Comprimées. Construction Metallique, No.2, pp.5-20, 1971

3) 若林、石田、辻：材の座屈強度に及ぼす他の因子(偏心)，JSSC, Vol. 3, No. 16, pp. 33-43, 1967

4) 高岡宣善：構造物の設計・安全性・信頼性，土木学会誌第61巻第3号，pp. 33-41, 1976年3月