

愛媛大学工学部 正員 ○大久保 禎二
徳島市役所 正員 稲本 進

1. さえがき 構造物の最適設計問題に関して、これまで主として数理計画法に基づく種々の設計法が研究され、多くの成果が得られているが、大規模構造物で、特にたわみなどの剛性制限が最適解の決定に支配的となる最適問題では、計算量の増加、解の振動などを生じ、非効率的となる場合が多い。このような数理計画法による解法の問題点を解決する一つの方法として、近年、最適規準にもとづく設計法が提案されている。この方法は、構造物の制約条件および目的関数を利用して最適解が満足すべきいくつかの比較的単純な規準 (criteria) を導入し、この規準にしたがって設計変数の改良を繰り返し最適解を決定する方法であり、数理計画法に比べその論理的な厳密さに欠けるが、構造物の各構成要素の最適剛度を比較的容易かつ正確に決定できることが明らかとなっている。^{(1), (2)} 本研究は、この最適規準法を拡張し、部材の最適剛度のみならず、最適材種をも決定する方法について考察を行なったものである。

2. 最適規準法の概要 構造物の最適設計において考慮すべき制約条件には、許容応力度、製作寸法、座屈剛度、たわみ制限など、性質の異なる多くの制約条件があり、数理計画法にもとづく最適設計法では、これらすべての制約条件を同時に考慮して問題を定式化し、最適解を決定しているが、最適規準法では制約条件をそれぞれ各構成要素に関する条件と、構造物全体に関する条件に分割し、それぞれを独立に考慮して最適解が満足すべき設計規準を導入する。

まず構造物の桁要素、圧縮・引張部材などに関する最適規準は実部材力 = 許容部材力として構成要素の Suboptimization より得られる部材剛度 (A, I) と最大抵抗力 (RN, RBM)、最小製作費 ($COST$) の関係曲線を用いることにより、次式の最適規準を導入することができる。

曲げ部材に対して $BM_i = RBM_i = a \cdot I_i + b \quad \therefore I_i = (BM_i - b) / a$
($a, b, c, d = \text{定数}$) (1)

圧縮・引張部材に対して $N_i = RN_i = c \cdot A_i + d \quad \therefore A_i = (N_i - d) / c$

また、構造物のたわみ制限に関する最適規準は、 $S = S_a$ とし、ラグランジュの未定乗数法を用いて次のごとく導入することができる。

$$W^* = (W_{x_0} + \sum_i^{m} COST_i \cdot l_i) + \lambda (\sum_i^{m} \frac{\bar{E}_i}{I_i} - S_a + S_{x_0}) \quad (2)$$

ここに、 $\bar{E}_i = \int_{l_i}^{m} (M \bar{M} / E_i) \cdot d l_i$, $X_s = (X_1 \cdots X_m)$: たわみ制限に対して能動的な設計変数群

S_{x_0} : X_0 による桁のたわみ量, $X_0 = (X_{m+1} \cdots X_{NV})$: " " 受動的な " "

(2) 式の局所的最小点が満足すべき必要条件 $\partial W^* / \partial I_i = 0$ および $S = S_a$ より、 I_i の最適規準として次式を得る。

$$I_i = \frac{1}{S_a - S_{x_0}} \cdot \sqrt{\frac{\bar{E}_i \cdot \Delta I_i}{l_i \cdot \Delta COST(I_i)}} \cdot \sum_j^m \sqrt{\frac{\bar{E}_j \cdot l_j \cdot \Delta COST(I_j)}{\Delta I_j}} \quad (3)$$

同様に、トラス構造物の各部材断面積 A_i の最適規準は次式のごとく得られる。

$$A_i = \frac{1}{S_a - S_{x_0}} \cdot \sqrt{\frac{S_i \cdot \bar{S}_i}{E_i}} \cdot \sqrt{\frac{\Delta A_i}{\Delta COST(A_i)}} \cdot \sum_j^m l_j \cdot \sqrt{\frac{S_j \cdot \bar{S}_j}{E_j}} \cdot \sqrt{\frac{\Delta COST(A_j)}{\Delta A_j}} \quad (4)$$

(3), (4) 式における $\Delta COST_i / \Delta I_i$ あるいは $\Delta COST_i / \Delta A_i$ は、 I - $COST$ あるいは A - $COST$ 関係曲線の I_i, A_i 近傍における勾配として求められる。(1) および (3), (4) 式より決定された各部材の剛度 I (A) を比較し、最も支配的な値を最適解の近似解とする。この近似解の改良にあたっては、(3), (4) 式より明らかごとく、その制約条件により最も支配的な値を決定される設計変数のみ能動変数として考慮し、他の制約条件より決定される設計変数はその最適規準に対して受動変数とし、定数として取扱う。このようにして I または A の改良が一定値に収束したとき、これを最適解として決定する。

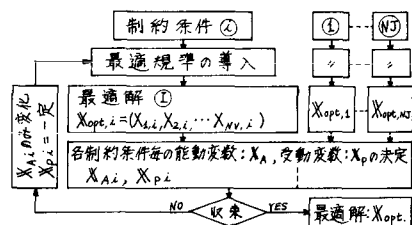


図-1 最適規準法 (Envelope 法) による設計法

ものである。最適規準にもとづく設計法の概括的な流れ図を図-1に示す。

3. 最適材種の決定

2.で導入した最適規準は各構成要素の断面二次モーメント(I)あるいは断面積(A)に関するものであるが、これらの最適規準および桁断面のSuboptimizationより得られた各鋼種のI, AとRBM, RN, COSTの関係曲線を利用して、使用鋼種をも設計変数として考慮した最適規準を導入し、最適な使用鋼種をも決定することができる。

まず、構造物の各構成要素に関しては、(1)式の I_i あるいは A_i を各鋼種について求め、最も経済的な鋼種の I_i または A_i を選択すればよい。(図-2参照)

また、桁構造物のたわみ制限に関する鋼種 M_i の最適規準は、 $\partial W^*/\partial I_i$ を鋼種 M_i の変化によるIの変化と考え、(3)式における $\Delta \text{COST}(I_i)/\Delta I_i$ を図-2より算定することにより導入することができる。この場合、各桁要素について1回の改良で変化させ得る設計変数はIまたはMのいずれかであるので、 $S = S_a$ とするために必要とする ΔI の大きさおよびそのために増加するI, Mの製作費の増加量 ΔCOST_I , ΔCOST_M を比較し、より経済的な変数を改良変数として選択する。このようにして各桁要素についてI, Mの選択をおこなった後、(3)式にそれぞれの $\Delta \text{COST}(I)/\Delta I_i$ または $\Delta \text{COST}(M)/\Delta I_M$ を代入することにより、各桁要素の最適な鋼種および断面二次モーメントを決定することができる。トラス構造物においても全く同様にして各部材の最適鋼種および断面積を決定することができる。通常2~4回の繰返し計算で最終的な最適解(I_{op}, M_{op})を得ている。

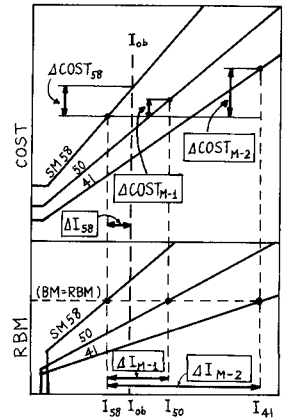


図-2 Changes in COST due to $\Delta I_i, M$

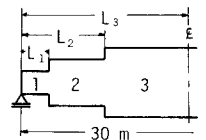
4. 鋼I桁の設計例

上記の最適設計法(OCM)により図-3に示す単純桁の最適設計を行なった例、および影響係数法³⁾(ICM)による全域的な最適解との比較を表-2に示す。表-1はたわみ制限を考慮しない場合の図式解法⁴⁾により得られた最適解であり、表-2の結果はすべてこれを初期値として得られたものである。両方法の結果を比較し、いずれの条件の最適解もきわめて一致している。また、ここに示していないが、2径間連続桁の例においても同様の結果が得られており、本論文の方法によってもICMと同様に全域的な最適解をきけるIとMの組合せを決定できることが明らかとなった。またICMではたわみ制限がきびしくなるにしたがい、改良回数および計算時間が増加しているが、OCMでは S_a の大きさに関係なく、ほぼ6~9秒で最適解を得ており、数理計画法による解法と比べ理論的な厳密さには欠けるが、本研究の方法は剛性制限を受ける大規模構造物の実用的な最適設計法であると結論することができる。

表-2 単純桁のOCMとICMの比較

Seg. No.	OCM						ICM					
	I, M			I only			I, M			I only		
	M	I (cm ⁴)	RBM/BM	M	I (cm ⁴)	RBM/BM	M	I (cm ⁴)	RBM/BM	M	I (cm ⁴)	RBM/BM
1	SM50	932118	1.000	SM50	927578	1.000	SM50	932151	1.000	SM50	927579	1.000
2	SM50	1756866	1.000	SM50	1747010	1.000	SM50	1756933	1.000	SM50	1747013	1.000
3	SM50	2530907	1.000	SM58	2042097	1.114	SM50	2531007	1.000	SM58	2042164	1.114
$\delta, (\delta/\delta_a)$	3.746 cm, (0.832)			4.500 cm, (1.000)			3.746 cm, (0.832)			4.500 cm, (1.000)		
CPU, (s)	6.16 sec			5.99 sec			10.49 sec, (0.1)			13.13 sec, (0.1)		
TCOST	1736484 yen			1754321 yen			1746519 yen			1754339 yen		
CYCLE, IP	3			3			M ₂ -I ₂			I ₂ -I ₂		
1	SM50	935288	1.000	SM50	938154	1.000	SM50	935290	1.000	SM50	938156	1.000
2	SM50	1763735	1.000	SM50	1769955	1.000	SM50	1763740	1.000	SM50	1769956	1.000
3	SM50	2743850	1.076	SM58	2741876	1.468	SM50	2743989	1.076	SM58	2741920	1.468
$\delta, (\delta/\delta_a)$	3.500 cm, (1.000)			3.500 cm, (1.000)			3.500 cm, (1.000)			3.500 cm, (1.000)		
CPU, (s)	7.02 sec			6.02 sec			23.81 sec, (0.2)			18.96 sec, (0.2)		
TCOST	1840808 yen			1973511 yen			1840845 yen			1973524 yen		
CYCLE, IP	3			3			M ₂ -I ₂			I ₂ -I ₂		
1	SS41	1326401	1.000	SM50	1022003	1.053	SS41	1326427	1.000	SM50	968222	1.000
2	SS41	2518718	1.000	SM50	2311020	1.253	SS41	2518776	1.000	SM50	2180961	1.186
3	SS41	5041631	1.377	SM58	5222492	2.392	SS41	5042897	1.377	SM58	5321566	2.427
$\delta, (\delta/\delta_a)$	2.000 cm, (1.000)			2.000 cm, (1.000)			2.000 cm, (1.000)			2.000 cm, (1.000)		
CPU, (s)	9.04 sec			6.27 sec			46.75 sec, (0.2)			35.05 sec, (0.2)		
TCOST	2414774 yen			2783574 yen			2415076 yen			2788640 yen		
CYCLE, IP	3			3			M ₂ -M ₂ -M ₂ -I ₂ -M ₂ -I ₂			I ₂ -I ₂ -I ₂ -I ₂ -I ₂ -I ₂		

Calculated by FACOM 230-28, * ξ =Move Limit in ICM



BW = 8 m, SL = 30 m
WH = 170 cm
P = 14.392 t
Q = 1.007 t/m
Q = 2.353 t/m

図-3 単純桁の例

表-1 図式解法による最適解

	M	I (cm ⁴)	L (cm)
1	SM50	924247	314
2	SM50	1739784	678
3	SM58	1820343	1500
δ	4.976 cm		
TCOST	1679876 yen		
CPU TIME	3.03 sec		

【参考文献】 1) K. E. L. Berke and N. S. Khot: Use of Optimality Criteria Method for Large Scale Systems, AGARD Lecture Series No. 70, 1974. 2) 大久保, 稲木: 最適規準法に基づく設計法について, 土木学会中四国支部年次講演要集, 1978年5月. 3) 大久保, 山縣, 稲木: 桁高制限を受ける鋼I桁の最適設計法に関する研究, 変大工紀要, 9巻1号, 昭和53年2月. 4) 大久保, 奥村: 図式解法による鋼I桁の最適設計, 土木学会論文報告集, 才252号, 1976年8月.