I-139　最適設計手法としての最大荷重設計

名古屋工業大学　正員　長谷川彰夫

最適設計手法に関する考察　　現在、構造物および構造要素の最適設計に関する研究では、最小重量設計そしてその発展としての最小費用設計が中心である。その場合、目的関数および拘束条件式が独立変数である幾何学的諸量（断面寸法など）に関して非線型となるため、一般には非線型計画法を用いてその解析を行わなければならない。しかし、非線型計画法は線型計画法のシンプレックス法のような汎用的な解法はなく，また極値の最大、最小性の保証もないため、極めて複雑な計算を要求されることが多い。コンピューターの発展に伴い、そのような計算もプログラムパッケージの利用で解決することも可能であるが、そのアルゴリズムの複雑性は構造物の最適設計という本来の目的と無関係である場合が多く、研究者をして実用上の本質を見失わせる面がある。たとえば次のような問題点を指摘することができる。

i）　最適設計値が独立変数の幾何学的パラメーターの変動に関して敏感かどうか。たとえば実用的にほぼ同じ最小重量又は費用を与える極値が2つあった場合、独立変数に対する極値の変動が鈍感である方が敏感な場合よりもその極値の安定性が高く、秀れた設計に寄与し得る。（極値の安定性の問題）

ii）　一般の設計のように数多くの拘束条件がある場合、最適値（最小値）を与える点での拘束条件のバランスはどうか。たとえば全ての拘束条件が錯綜した形でいずれかの拘束条件によって最小値が支配されている場合はバランスしているといえるが、一つの拘束条件が他の拘束条件とかなりかけ離れ、その拘束条件により最小値が決定されている場合はバランスしていると言えない。その場合には最適化計算そのものより問題の拘束条件に対する検討がはるかに重要となろう。（支配拘束条件のバランスの問題）

iii）　最小重量（費用）設計では原則として〝荷重一定のもとで〟という条件が設定されるが最適化された構造物は荷重に無関係に最適であるという保証はない。その意味で個別の最適設計に対する一般性，実用性が十分に保証されない面があり、応用上の目的から検討の余地を残している。（最適設計の一般性の問題）

一般に最大最小問題では対偶的な命題が常に存在する。その意味で最小重量設計の対偶命題として最大荷重設計を考えることができる。すなわち一定の荷重のもとで重量を最小にするという最小重量設計の対偶命題として一定の重量のもとに耐荷能力を最大にするということが考えられる。

最大荷重設計の基本アルゴリズム　　最大荷重設計の基本アルゴリズムを与えるために次の量を定義する。**状態 j** は設計上検討の必要ある設計事項（応力，変形，座屈など）である。**設計関数** D_j は状態 j に関して構造要素の挙動をあらわす量（与えられた荷重に対して計算された応力など）である。**規定関数** C_j は特定の設計基準によって状態 j に対して与えられる制限値（許容応力、極限応力など）である。n 個の設計事項に対して満足すべき設計とは次の条件で与えられる。

$$D_j \leq C_j \qquad j=1,2,\cdots,n \tag{1}$$

一般に関数 D_j, C_j は適用荷重 P、構造要素の幾何学的形状 L_i ($i=1,m$)，材料定数 Y に依存する。

$$D_j = D_j(P, L_i, Y), \quad C_j = C_j(P, L_i, Y) \tag{2}$$

構造解析関数 A_j を次のように定義する。

$$A_j = D_j / P \tag{3}$$

この A_j を用いて**状態能力関数** P_j を定義する。

$$P_j = C_j / A_j \tag{4}$$

一般に P_j は荷重 P，幾何学的形状 L_i，材料定数 Y の関数である。

$$P_j = P_j(P, L_i, Y) \tag{5}$$

式(1,3,4)よりn個の設計事項に対して満足すべき設計とは

$$P \leq P_j \qquad j=1,2,\cdots,n \qquad (6)$$

以上より最大荷重設計の基本アルゴリズムは次のように表現される。

"$P \leq P_j$ ($j=1,n$) の条件のもとでPの最大値を求める" (7)

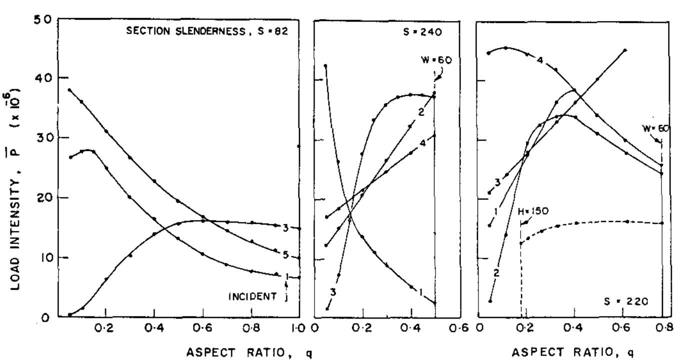
このアルゴリズムで注意すべきことは第1に i) 線型解析を基本とする設計計算にあっては式(5)のP_jのPに対する依存度はなく

$$P_j = P_j(L_i, Y) \qquad (8)$$

で与えられる。 非線型解析が適用されたり($A_j = A_j(P, L_i, Y)$となる。)設計事項にたとえば有効幅の概念が導入されたり($C_j = C_j(P, L_i, Y)$となる。)するとP_jはPを変数に含むが、この場合でも実用設計の領域では依存度は少なく、疑似線型性を保ち得る。 第2に ii) 状態能力関数P_jを与える規定関数C_jと構造解析関数A_jは最適アルゴリズムには独立で設計基準、構造解析手法により分離して与えられる。 このような特質を状態能力関数P_jが持った上で(7)の表現で明らかなように最大荷重設計はきわめて単純かつ簡潔なアルゴリズムをなし、実際の解は$P=P_j$($j=1,n$)で示される境界の下領域の上界値によって与えられる。

適用例 最大荷重設計のアルゴリズムを等分布荷重を受ける冷間加工溝型鋼の単純なはりについて適用した結果[1]から、最大荷重設計の特質を検討する。 ここでは具体例の最適計算そのものを目的としないのでパラメーターの説明を省くが、Fig.1~3で Aspect Ratio, Section Slenderness, Member Slenderness はこの構造要素の幾何学的形状を代表するものと考えており。 Fig. 1~2では$P_j=P_j(L_i, Y)$の曲線を描いたものであるが、表現(7)より最大荷重は下側包絡線の上界値として与えられる。 Fig. 1(a),(b)は先に述べた極値の安定性の良否を具体的な例として示したものである。 Fig. 2は支配拘束条件のバランスの問題を示している。 この図に示されるような場合は最適計算よりも破線で与えられる拘束条件の改善の検討が重要となろう。 (設計基準の最適化の問題) Fig.1~2が最大荷重設計アルゴリズムの中間的な結果であるのに対し、Fig. 3はその最終的な結果を1つのチャートとして表わした例である。 この図は最大荷重を与える幾何学的形状の値を各表現から求め得るように作成したものであるが最大荷重の値により最適な幾何学的形状の値が変化しており、先に述べた最適設計の一般性の問題についての検討を示唆するものである。

参考文献 1) Hasegawa,A., Hall,W.B. and Lind,N.C. : Maximum Load Design of Cold Formed Steel Shapes, Proceedings of the Fourth International Conference on Cold Formed Steel Structures, Univ. of Missouri-Rolla, Missouri, June 1978



(a) (b)

Fig.1 極値の安定性

Fig.2 支配拘束条件のバランス

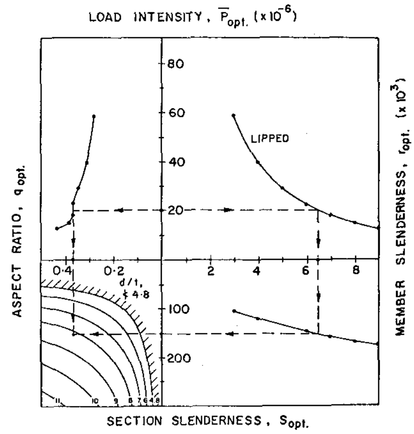


Fig.3 最適設計の一般性