

防衛大学校土木工学教室 正会員 石川信隆  
 ” ” 学生員 〇小山 悟  
 ” ” 学生員 犬野友則

1. 緒言 近年、アーチの経済設計の観点から、鋼種や断面を部分的に変化させた変断面アーチの耐荷力解析についての研究が非線形解析手法を用いて活発に行なわれている<sup>1,2)</sup>。しかし、最小重量設計の観点からアーチを考察した報告はこれまであまり見受けられない。本研究は、曲げと軸力を同時に受けるアーチの最適塑性設計法を開発せんとしたもので、その手法は先に報告<sup>3)</sup>した立体骨組の場合と同じく有限要素に基づくマトリックス解析手法およびLPKにおける分割法(Decomposition method)を用い、円弧アーチを対象として基礎的考察を試みたものである。すなわち、アーチは一般に(1)形状(円弧、放物線)、(2)ライズ・スパン比( $f/L$ )、(3)支持条件(2ヒンジ、固定)、(4)載荷形式(集中、分布荷重)、(5)断面形状 などによって断面の応力分布が大きく異なるため断面を変化させる位置(断面変化点)が千差万別であり、このため本報告では基礎的段階として上記(1)~(5)の条件のうちのある特定のものを選び、特に断面変化点の選ぶ方針なら設計変数の選択法に重点をおき考察を行なつた。なお、設計に当っては剛塑性理論にしたがう他に、次の仮定を設ける。(i)各部材要素の塑性容量の比( $N_r L_i / M_p$ ;  $N_r$  = 降伏軸力;  $M_p$  = 全塑性モーメント;  $L_i$  = 部材要素長)は一定とし、各部材要素当りの設計変数は一つ( $M_p$ )とする。(ii)各部材要素の単位長さ当りの重量は $M_p$ の線形関数で表わされるものとする。

2. 基本式

上界定理の設計基本式をLPKにおける分割原理を用いて制約条件の数を減少させるようにすれば、次のように表わされる<sup>3)</sup>。ここに、式(1a)は構造物の全重量が最小となることを示し、式(1b)と(1c)はそれぞれ平衡条件式

|        |   |      |
|--------|---|------|
| 未知の変数: | $M_p, \mu^*$                                    |      |
| 目的関数:  | $G = \min. G^+ = \min. L^T M$                   | (1a) |
| 制約条件:  | $C^T Y^T W \mu^* = \alpha_L F_L + \alpha_D F_D$ | (1b) |
|        | $U^T W \mu^* - T M_p \leq 0$                    | (1c) |
|        | $M_p \geq 0$                                    | (1d) |
|        | $\mu^* \geq 0$                                  | (1e) |

と降伏条件式を表わしている。また、 $G$  = 構造物全体の重量;  $G^+$  = 静的許容な応力場における構造物の全重量;  $L$  = 設計変数 $M_p$ に因与する部材長ベクトル;  $C$  = 構造全体の变形適合マトリックス;  $Y_r$  = 塑性容量の比を示す係数マトリックス;  $W$  = 降伏凸多面体の頂点座標ベクトル;  $\alpha_L, \alpha_D$  = 作用活荷重および死荷重係数;  $F_L, F_D$  = 作用活荷重および死荷重ベクトル;  $U$  = 単位行ベクトル;  $T$  = 等価交換マトリックス;  $\mu^*$  = 降伏凸多面体における凸

一次結合を示す係数マトリックス

3. 計算例および考察

ここでは、一例として図-1に示す構造形式と載荷形式をもつ円弧アーチの最適塑性設計法を述べる。なお、半開角 $\theta = 90^\circ$ 、塑性容量の比 $N_r L_i / M_p = 48$ 、荷重係数 $\alpha_L = 2.167, \alpha_D = 0$ を用い、アーチは図-2に示すように20等分とし、節変形速度 $\dot{u}$ を59個選んだ。さて、設計変数の選択法は以下の手順により行なう。(1)まず文献4)の崩壊荷重解析をアーチに利用し、最大応力点の位置を見つける。(2)最大応力点近傍とそれ以外の位置の2つに設計変数を選ぶ。本例では(1)の崩壊荷重解析の結果、最大応力点が $L/4$ 点にあることが分かったので、 $L/4$ 点近傍を $M_{p2}$ とそれ以外の位置を $M_{p1}$ とし、図-3のように設計変数を選んだ。<sup>1),2)</sup>

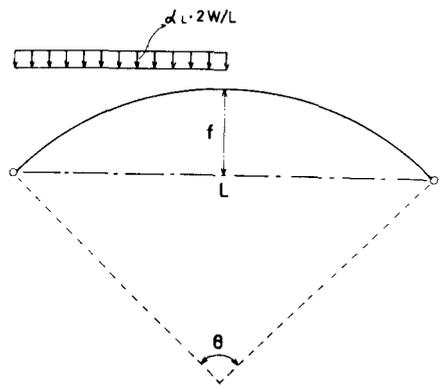


図-1 構造および載荷形式

よって、図-3の $\beta$ をパラメータとして式(1)を解けば図-4および図-5K示すような設計結果が得られる。なお、1回の計算時間はNEAC-2200でCPUは2分20秒であった。図-4は区間長パラメータ $\beta$ を0.1~0.4まで変化させて、この断面変化点の位置の影響による重量 $G$ および全塑性モーメント $M_{P1}, M_{P2}$ の増減度を調べたものである。また図-5は設計結果に基づき断面変化点の位置を図示したものである。これらより $\beta$ の変化に対して $M_{P2}$ がほとんど影響を受けていないのは、等分布半載荷重の場合に塑性ヒンジ点の位置が $L/4$ 点付近に広く分散するためと考えられる。また、重量 $G$ は $\beta=0.1\sim 0.3$ の間では急激に減少し、 $\beta=0.3\sim 0.4$ もわずかに減少していることから、本例の場合では $\beta=0.4$ の場合が最小重量設計となる。しかし、 $\beta=0.3$ と $0.4$ では重量 $G$ で約0.06%とはほとんど変わらず、しかも全塑性モーメント容量の比 $M_{P1}/M_{P2}$ は $\beta=0.3$ で約0.7、 $\beta=0.4$ で約0.4であるゆえ、 $M_{P1}/M_{P2}$ の変化量の比較的小さい $\beta=0.3$ の方が実際施工面から考えて妥当ではないかと思われる。事実このことは、これまで架設されたアーチの設計例を見ると $\beta=0.3$ の場合が最も多いことと偶然にも一致している。

#### 4. 結語

本研究は、変断面アーチの最適塑性設計法を提示したが、一例として等分布半載荷重を受ける2ヒンジ円弧アーチの場合を取扱った。(1)本法の利点としては、わずかのインプットデータでしかも1回のLPの適用で全ての解が自動的に短時間にえられるという計算上の効率化にある。(2)設計変数の選択と崩壊荷重解析結果を利用することにより合理的に決定できる。(3)最小重量化と実際施工面の両観点から、本計算例の場合に実際の設計例と同じ $\beta=0.3$ の場合が最も妥当であることが認められた。(4)応用面としては、変形の影響を考慮したアーチの設計が終局変形解析を別途崩壊することにより可能である。(5)緒言で述べたアーチの(1)~(5)の条件を拡張して、あらゆる場合に利用できる汎用プログラムを開発しておけば、実用設計に役立てることができる。

- 参考文献 1)岡部・倉西, "変断面アーチの耐荷力について", 第31回土木学会講演概要集, I-154, 昭51年10月。  
 2)小松・新家, "アーチの面内耐荷力の実用算定式について", 土木学会論文報告集, 第267号, 昭52年11月。  
 3)石川・大野・岡元, "立体骨組構造物の最適塑性設計に関する一考察", 第27回応用力学連合会講演論文抄録集, D47, 昭52年10月。  
 石川, "組合せ応力を受ける骨組構造物の最適塑性設計", 第32回土木学会講演概要集, I-154, 昭52年10月。  
 4)大野・石川・岡元, "立体骨組構造物の耐荷力算定法に関する一考察", 第32回土木学会講演概要集, I-280, 昭52年10月。

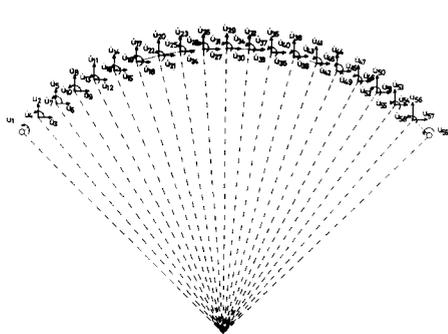


図-2 節点変形速度の分布

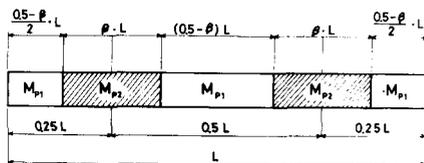


図-3 設計変数のとり方

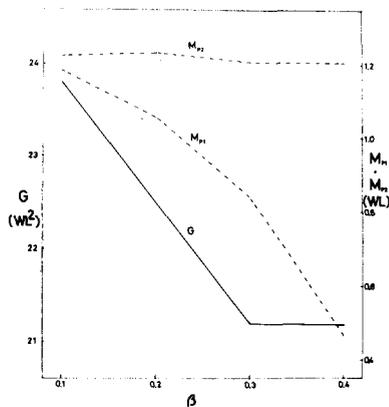


図-4 設計結果:  $\beta$ と $G$ および $M_{P1}, M_{P2}$ との関係

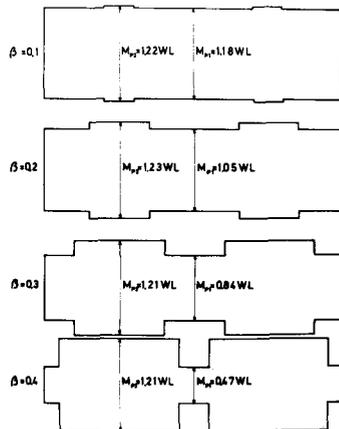


図-5 設計結果: 断面変化点の位置