

東京大学 学生員 山口 宏樹
 東京大学 正員 宮田 利雄
 東京大学 正員 伊藤 学

1. はじめに

剛性の小さなケーブル系の動特性を考える場合、最終的にはその非線形挙動が重要となるのであって、それには単一ケーブルの非線形特性把握が不可欠である。またその非線形解析の基礎となる線形特性、つまり固有振動性状についても明確にする必要がある。そこで、ここではケーブルを連続体として扱う場合の支配方程式を示して考察を加え、線形化した支配方程式を用いたパラメータ解析から固有振動性状を明らかにする。次に単一ケーブルの非線形挙動の一つと思われる面内周期外力による面外不安定振動について理論的考察を加える。

2. 支配方程式

完全可撓性、非抗圧縮性、伸張性を有する単一のケーブルが初期状態において $x-y$ 面内(鉛直面内)に静止しているものとすれば、微小ひずみを仮定した支配方程式が次のように求められる。

$$\frac{\partial}{\partial s_e} \left[\left\{ T_e + EA \left(\frac{dx_e}{ds_e} \right)^2 \right\} \frac{\partial U}{\partial s_e} + EA \frac{dx_e}{ds_e} \frac{dy_e}{ds_e} \frac{\partial V}{\partial s_e} \right] - \rho_0 \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = f_1(u, v, w) \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial s_e} \left[\left\{ T_e + EA \left(\frac{dx_e}{ds_e} \right)^2 \right\} \frac{\partial V}{\partial s_e} + EA \frac{dx_e}{ds_e} \frac{dy_e}{ds_e} \frac{\partial U}{\partial s_e} \right] - \rho_0 \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = f_2(u, v, w) \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial s_e} \left(T_e \frac{\partial W}{\partial s_e} \right) - \rho_0 \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = f_3(u, v, w) \quad (3)$$

ここで s_e は初期状態のケーブルに於く曲線座標、 T_e は初期張力、 EA は伸び剛性、 ρ_0 は単位長当り質量、 $(x_e, y_e, 0)$ は初期座標、 (u, v, w) は変位ベクトルで、右辺の f_1, f_2, f_3 は u, v, w に関する幾何学的非線形項である。従って非線形項を介して3方向振動が連成することになるが、このことは物理的にはケーブル張力によるものである。また上式から、線形項のみを考えれば面内の鉛直振動と横振動とは連成するものの、面外振動は連成しないことがわかる。さらに上式を無次元化することによって、動特性を支配する無次元パラメータがサグ比 γ 、傾斜角 θ (以上、形状パラメータ)と初期水平張力伸び剛性比 k^2 (材料パラメータ)であることがわかる。

3. 固有振動性状

単一ケーブルの自由振動性状については古くから多くの研究¹⁾があり、最近になってFEMを用いた解析²⁾³⁾でやっと明確にされた感があるが、ここでは上の線形化した支配方程式をGalerkin法によって比較的簡単に解析し、

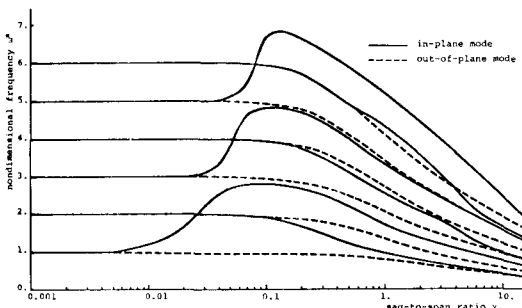


FIG. 1 Nondimensional Natural Frequency Versus Nondimensional Sag (I)
 ($\theta = 0^\circ$, $k^2 = 900$)

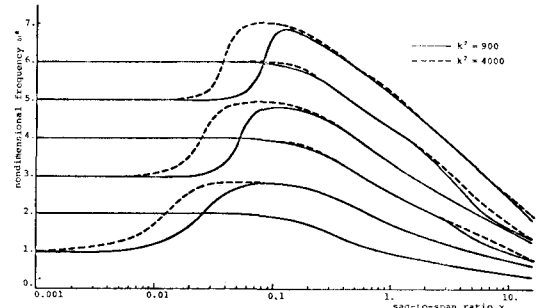


FIG. 2 Nondimensional Natural Frequency Versus Nondimensional Sag (II)
 ($\theta = 0^\circ$, in-plane mode)

結果と上述のパラメータについて整理した(Fig. 1, 2)。固有振動数は等スパンの弦のそれと等次元化してある。Fig. 1は固有振動数のサグ比に対する変化と面内モード、面外モードについて比較したもので、サグ比が小さいときには面内と面外の振動数が同じであり、大きくなるにつれて面外のswayモードが最低次を占めることがわかる。またある固有振動数に対して2個の面内モードが存在するようなサグ比(図で2つの曲線の交点)が存在することも確認される。このような点は k の増加によりサグ比の小さな方向に移動する傾向がある(Fig. 2)。

4. 非線形挙動⁴⁾

単一ケーブルは、面外周期外力が作用する場合に外力振動数、鉛直変位によって面外方向の横揺れを生じ、ついには回転運動を起すといった非線形挙動を示すことが実験的に報告されている⁵⁾。これは面内、面外運動の支配方程式が非線形項を介して連成するためであって、面外運動のみに着目すれば一種の動的不安定現象と考えられる。つまり面内変位を周期関数として与えれば面外運動の支配方程式はGalerkin法を用いて連立Hill方程式に変換され、その不安定領域から面外不安定運動の存在が理解できるのである。一う、回転運動に着目してこれを連成強制振動の定常解として扱えば、その応答曲線から面外運動が現われる限界が求められる。

2, 3次モードの強制振動について不安定領域と応答曲線としたものがFig. 3, 4である。Fig. 3で鉛直方向の応答曲線に着目すれば、面外運動を考慮したもの(破線)と無視したもの(実線)とが点Bで交っており、この点を境にB'で表わされる面外運動が存在する。従って鉛直方向の応答はA-B-C'となるのである。Fig. 3, 4から面内鉛直方向に周期外力が作用する場合の面外回転運動という非線形挙動を解釈すると、まず不安定領域内にあってしかも面外定常振幅が存在するような範囲の外力振動数($\Omega_{yn} \geq \Omega_{ync}$)をもつ周期外力が静止ケーブルに作用すると鉛直振幅は増大し、パラメトリック共振を生じ不安定領域に入る。そこで面外方向の運動が生じ、面内、面外の振動が共に発達して回転運動を表わす応答曲線に達し、定常的な回転運動が継続されることになる。また主不安定領域は面内振動の1/2の振動数をもつ面外運動の存在を意味するが、偶数次のモードでは存在しないことが理論的に言え、実験報告⁵⁾と一致している。この現象は弦では見られず、サグを有するケーブル特有の非線形挙動と考えられる。

5. あとがき

単一ケーブルの動的挙動に関していくつか考察を加えたが、構造の一部材となったときの挙動、特に非線形不安定挙動については改めて報告したい。

(参考文献)

- 1) Irvine J. et al., 'The Linear Theory of Free Vibrations of A Suspended Cable', Proc. R. Soc. (London), 1974
- 2) West et al., 'Natural Vibrations of Suspension Cables', ASCE, ST11, 1975
- 3) Henghold et al., 'Free Vibrations of Cable in 3 Dimensions', ASCE, ST5, 1977

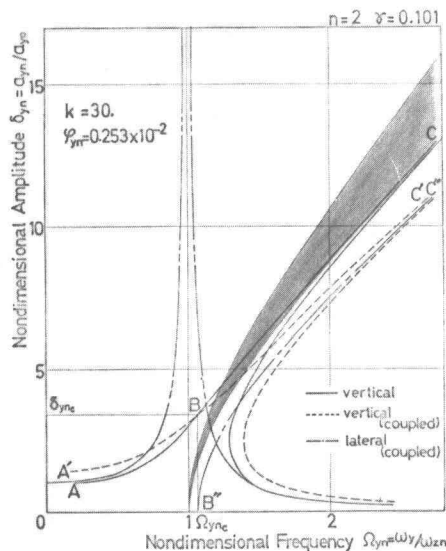


FIG.3 Regions of Dynamic Instability and Response Curves (n=2)

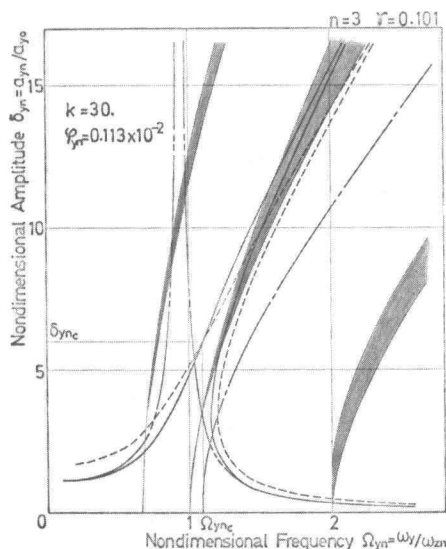


FIG.4 Regions of Dynamic Instability and Response Curves (n=3)

- 4) 山口, 富田, 伊藤, 'ケーブル系の非線形振動の応答: およそ一挙動', 構造工学シンポジウム, 1978
- 5) Davenport, 'Dynamic Behavior of Massive Guy Cables', ASCE, ST2, 1965
- 6) 山口, 富田, 'ケーブル系特有の動的挙動に関する一考察', 第2回年次報告, 1977