

九州大学応用力学研究所 正員 溝田 武人

1. まえがき 地上又は海中構造物のような非流線型物体が自然風や潮流の作用のもとにあるとき周囲の流れのレイノルズ数は比較的高い。このような非定常流れの流体力学的取扱いは非粘性渦流モデルが最も有効であるとされている。本研究は構造物の基本的断面形状の1つである種々の断面比を有する角柱の空力弾性的不安定現象を上記の方法で取扱う目的を持つ。本報告では、角柱を単位円に等角写像する方法を使って求めた角柱まわりの非回転流れの中に非粘性ポテンシャル渦を導入し角柱の4個所の角に Kutta の条件を適用して新しい渦の強さ、およびその位置を求める方法を吟味する。そして実際に正方形(1/1)角柱の発達流れの段階の計算を行い、4個所の角から放出された渦のフローパターン、成長の様子、および強さの変化を示す。流れはすべて2次元の複素座標で取扱う。

2. 定式化 以下 $z = x + iy$ とする。

2.1 等角写像および非回転流れ 図1. に示すような角柱の外部無限領域を単位円のそれに1対1で対応させるために Schwarz-Christoffel の等角写像の基¹⁾本式の各項を級数展開し積分を実行して2次式を得る。

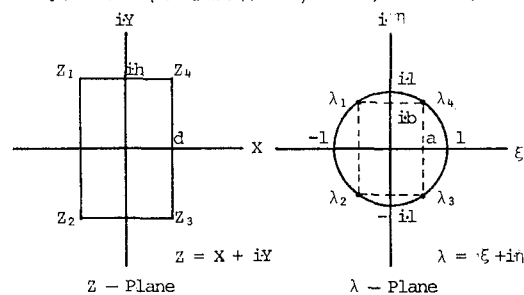


図1. 物理平面-z, 写像平面-lambda

$$z = h \left\{ \lambda + \frac{(1-2b^2)}{\lambda} - \frac{2b^2(1-b^2)}{5\lambda^5} - \frac{2b^2(1-b^2)(1-5b^2+5b^4)}{7\lambda^7} \right\} \quad \dots (1)$$

b は角柱断面比 $k = 2h/2d$ を与えて求めることができる。(1)式によると角における曲率半径は $2h$ の2%程度残るが、この値は実験的に角柱の角を丸く加工して抗力係数を測定し²⁾、流れのレイノルズ数の依存性が現われなかった曲率半径にほぼ等しい。(1)式は $b=0.102$

$$z = h(\lambda \pm 1/\lambda) \quad \dots (2)$$

となつて各々の平板、90°平板を単位円に等角写像する関数に一致する。単位円まわりの非回転流れの流れを(1)式によつて

1/1 角柱のまわ

りの流れに等角

写像した例を図

2. に示す。図

中では流れ関数

の値があり、 α

は迎角で、 $\alpha =$

10°の場合を示す。

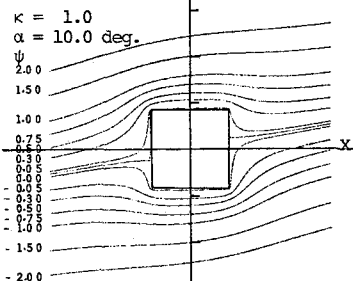


図2. 1/1 角柱, 非回転流れ

2.2 非粘性ポテンシャル渦の導入. z 平面にあ

ける渦の複素速度 $u_{1,j} - iv_{1,j}$ は

$$u_{1,j} - iv_{1,j} = \left. \frac{dw}{d\lambda} \right|_{\lambda_{1,j}} \left. \frac{d\lambda}{dz} \right|_{\lambda_{1,j}} - \frac{ik}{2\pi} \frac{f''(z_{1,j})}{f'(z_{1,j})} \quad \dots (3)$$

である。ただし、1 (= $1, 2, 3, 4$) は角の番号で渦の出生位置、j は渦の出生順序、 w は複素速度ポテンシャル、 k は渦の強さ、 $\lambda = z(\lambda)$ とする。以下 $\bar{\lambda}$ は λ の complex conjugate, T は時間、 U_0 は一様流速、 $\text{Re}\{\}$ は $\{\}$ の実部とする。また(4)式により無次元化を行う。

$$k^\nabla = k/U_0 h, \quad z^\nabla = z/h, \quad (u^\nabla - iv^\nabla) = (u - iv)/U_0, \quad w^\nabla = w/U_0, \quad T^\nabla = U_0 T/h \quad \dots (4)$$

無次元化を示す記号 ∇ を省略して(3)式を記述すると

$$u_{1,j} - iv_{1,j} = \left[(e^{-i\alpha} - e^{i\alpha/\lambda_{1,j}^2}) / C \right] + \sum_{j=1}^4 \left\{ \sum_{j \neq j'} \frac{ik}{2\pi} \frac{1}{\lambda_{1,j} - \lambda_{1,j'}} - \frac{ik}{2\pi} \frac{1}{\lambda_{1,j} - 1/\bar{\lambda}_{1,j'}} \right\} \times \left[\lambda_{1,j}^6 \left\{ \lambda_{1,j}^8 (1-2b^2) \lambda_{1,j}^6 + 2b^2 (1-b^2) \lambda_{1,j}^4 + 2b^2 (1-b^2) (1-2b^2) \lambda_{1,j}^2 + 2b^2 (1-b^2) (1-5b^2+5b^4) \right\} - \frac{ik}{2\pi} \lambda_{1,j}^7 \left\{ -(1-2b^2) \lambda_{1,j}^6 + 4b^2 (1-b^2) \lambda_{1,j}^4 + 6b^2 (1-b^2) (1-2b^2) \lambda_{1,j}^2 + 8b^2 (1-b^2) (1-5b^2+5b^4) \right\} / \left\{ \lambda_{1,j}^8 - (1-2b^2) \lambda_{1,j}^6 + 2b^2 (1-b^2) \lambda_{1,j}^4 + 2b^2 (1-b^2) (1-2b^2) \lambda_{1,j}^2 + 2b^2 (1-b^2) (1-5b^2+5b^4) \right\} \right] \quad \dots (5)$$

となる。ただし $C = \beta$ ($0 \leq \beta \leq 1$), β/k ($k > 1$) で β は単位円の半径1に対する角柱の高さ ($0 \leq k \leq 1$) 又は幅 ($k > 1$) を示すスケールファクターである。

2.3 Kutta の条件 (3)式において $\left. \frac{dw}{d\lambda} \right|_{\lambda_{1,j}}$ の値は

一般に写像特異点において無限大になる。従って $\frac{dw}{dz}$ の値が有限であれば、 $u-v$ は角において無限大になり物理的に不合理である。これを避けるために

$$dw/d\lambda|_{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4} = 0 \quad \dots (6)$$

を与えることが一般的な Kutta の条件である。(1)式は中級展開法により得られた漸近的な写像関数であるのだから $\frac{dw}{dz}$ の値は中数を増加させるにつれて漸近的に無限大になる。本法でも(6)式を Kutta の条件として採用する。そこで(5)式から、 $dw/d\lambda = 0$ は(7)式となる。

$$\frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^4 k_j \left\{ \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_{j,1}} - \frac{1}{\lambda_1 - 1/\lambda_{j,1}} \right\} = G(\lambda_1) \quad \dots (7)$$

$$\text{ここで、} G(\lambda_1) = \frac{2\pi i}{C} \left[(e^{-i\alpha} - e^{i\alpha}/\lambda_1^2) / C + \sum_{j=1}^4 \sum_{k=2}^m \frac{ik}{2\pi} \lambda_{j,1}^{k-1} \left\{ \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_{j,1}} - \frac{1}{\lambda_1 - 1/\lambda_{j,1}} \right\} \right]$$

$$1 = 1, 2, 3, 4$$

とする。(7)式において $-\frac{i}{2\pi} G(\lambda_2)$ は特異点に対応する入平面の4点における流速で、非回転流れとすべきに吐き出された渦による誘起速度の和からなる。従って新しく導入すべき渦の強さ $k_{2,1}$ とその位置 $\lambda_{2,1}$ が(7)式を満足するように決定されれば Kutta の条件は満たされる。しかし(7)式から判るように、 $k_{2,1}$ と $\lambda_{2,1}$ は unique には決定できない。そこで2種類の仮定を設定する。(i) $\lambda_{2,1}$ を仮定する場合……新しく導入する渦の位置を4個所の角近くの空間の1点に固定しておく方法で、この場合には(7)式から $k_{2,1}$ を求めることができる。(ii) $k_{2,1}$ を仮定する場合……(7)式は $\lambda_{2,1}$ ($k_{2,1}$ を未知数とする連立方程式となる。例えば図3に示すように、 $\lambda_{2,1}$

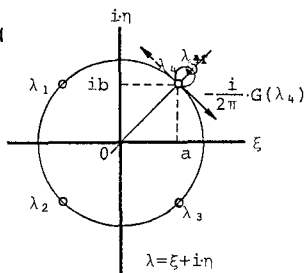


図3 Kutta の条件

を解くと、特異点4に生ずる流速 $-\frac{i}{2\pi} G(\lambda_4)$ を、第1近似として強さ $k_{2,1}$ の渦の作用だけで打ち消すための、位置となり、それは中心が $\eta = \frac{k_{2,1}}{2\pi}$ 上にあって

半径 $r = a/[a + Re\{G(\lambda_4)/k_{2,1}\}]$ の小さな円の周上で、点(a,b)を除くすべての点になる。

3. 数値計算 現在までに1/1角柱の出発流れの計算を行った。4個所の渦発生点のうち、L.E.(前縁)の2個所には Kutta の条件(ii)を適用し、原点と $\lambda_{2,1}$ を結ぶ直線と小円の交点を $\lambda_{2,1}$ 、 $\lambda_{3,1}$ (渦導入点)と

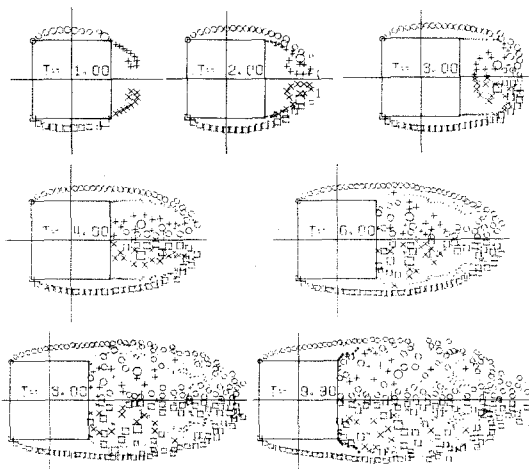


図4 1/1角柱出発流れ、流れは左より右へ

仮定する。T.E.(後縁)の2個所には Kutta の条件(i)を適用し、原点と λ_3 、 λ_4 を結ぶ直線上で $|\lambda_{3,1}| = |\lambda_{4,1}| = 1.025$ となる点を $\lambda_{3,1}$ 、 $\lambda_{4,1}$ とする。計算時間スラップは $\Delta T = 0.1$ とする。

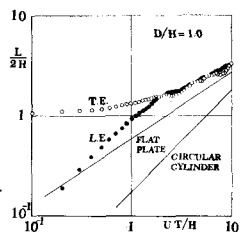


図5 渦の成長

まず図4にフローパターンを示す。図中渦の印の大きさは渦の強さを示している。T.E.から吐き出された渦は早い段階から巻き込みを回し、出発渦を形成する。渦が成長する様子を図5にまとめて示す。図中Lは、L.E.から渦の先端までの距離である。L.E.から出た渦はT.E.のそれに

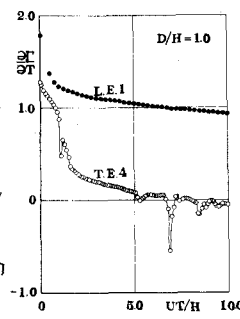


図6 渦の強さ

やがて追いつき、追い越す。T.E.から出た渦はさらに伸びようとするが、L.E.から出た渦に何度か抑圧される。次に図6として、渦の強さの変化を示す。L.E.から出た渦は初期の急激な変化の後にゆるやかに低下する。T.E.の渦の強さは、非常に小さな値になり、遂には負となって逆流による渦の発生に到るようになる。(L/H ÷ 7.5)

文献

- 1) 溝田武人, 土木学会西部支部, S.52年度発表会議報告集.
- 2) Delany, N.K. & Sorensen, N.E., NACA, TN3038, 1953.
- 3) Clements, R.R., J.F.M., Vol. 57, Part 2, 1973.