

東京都立大学 正会員 野上邦栄

東京都立大学 正会員 伊藤文人

1. まえがき

吊橋、斜張橋において、ケーブル部材は主要な位置を占めている。一般にこれらの部材は引張力のみを受ける直線部材として取扱われている。ところで最近、これらの橋梁は大径間になる傾向にある。斜張橋について、F. Leonhart⁽¹⁾は 750m~1500m の径間に対して技術的、経済的にも架設可能であると述べている。このように、大径間になるに従ってケーブル部材も長くなる。部材長が長くなると、実際、ケーブル自重やアテンションにより、張力を加えた後でもたわみ(サグ)が生じ、ケーブル部材はカタナリー形状になる。この要因により、ケーブル部材の剛性は低下する。この点を考慮し弾性係数を初めて定式化したのが、H. J. Ennet⁽²⁾である。現在、斜張橋の設計においては、ケーブル部材を直線部材(棒部材)として H. J. Ennet の修正弾性係数を導入し解析しているものが多い。

これに対して前田⁽³⁾は、H. J. Ennet の修正弾性係数の力学的意味を明らかにし、その問題点を指摘し、新たにケーブル部材を放物線形状近似による接線剛性行列を誘導している。又後藤⁽⁴⁾は、ケーブルの接線剛性方程式をカタナリー形状を基として誘導し、この式から得られる接線剛性係数を座標変換した弦方向接線剛性係数を求め直線軸力部材との比較をしている。さらに伊藤⁽⁵⁾は、前田らの H. J. Ennet の修正弾性係数に対する異議を踏まえて従来の理論と比較し、H. J. Ennet の修正弾性係数の妥当性を検討している。

本報告では、阿井西岡⁽⁶⁾のケーブル理論を参考にし、ケーブルの曲げ剛性は無視する、ケーブル張力一定のみを仮定とする、変形後ケーブル部材の直線勾配は不変である、という仮定のみでケーブル部材の厳密な接線剛性方程式を求めている。すなわちケーブル部材を棒部材とした場合の修正弾性係数を求め、H. J. Ennet の修正弾性係数との比較をし、その妥当性について数値計算を試みている。

2. 理論解析

右図のようなケーブル状態を考える。ここで、 w , L_0 は無応力状態でのケーブル単位重量、ケーブル全長、 s は無応力状態でのケーブルの埋込座標、 $\bar{s}$ は応力が加わった状態での埋込座標、 T は応力が加わった状態でのケーブル張力、 E_0 はケーブルが直線状態での弾性係数、 A はケーブル断面積を表わす。

ケーブル自重を考慮した釣合方程式は、次の2

式で与えられる。ただし W はケーブル重量、 V はケーブル中央断面の垂直力、 T_m は平均張力である。

$$\ell/L_0 = H/E_0 A + H(1+C)/T_m \quad (1)$$

$$\theta/L_0 = V/E_0 A + V/T_m \quad (2) \quad \text{E 且 } C = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \left(\frac{W}{2T_m} \right)^{2n}$$

従って H , V の変化に ℓ , θ に対する $\delta \ell$, $\delta \theta$ とすると、次の接線剛性方程式が得られる。

$$\begin{Bmatrix} \delta \ell \\ \delta \theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta H \\ \delta V \end{Bmatrix} \quad (3)$$

$$F_{11} = L_0 \left\{ \frac{1}{E_0 A} + \frac{(1+C)}{T_m} - \frac{H^2}{T_m} \left\{ T_m^2 - V^2 \left(\frac{W}{2T_m} \right)^2 \right\} \left\{ 1 - \left(\frac{W}{2T_m} \right)^2 \right\} \right\} \quad (4)$$

$$F_{12} = -L_0 H V / T_m \left\{ T_m^2 - V^2 \left(\frac{W}{2T_m} \right)^2 \right\} = F_{21} \quad (5)$$

$$F_{22} = L_0 \left\{ \frac{1}{E_0 A} + \frac{(T_m^2 - V^2)}{T_m} \left\{ T_m^2 - V^2 \left(\frac{W}{2T_m} \right)^2 \right\} \right\} \quad (6)$$

従って接線弾性係数は、次のように表わすことができる。

$$E_0 = \sqrt{(\theta F_{11} - \ell F_{22})^2 + (\ell F_{21} - \theta F_{12})^2} / A (F_{11} F_{22} - F_{12}^2) \quad (7)$$

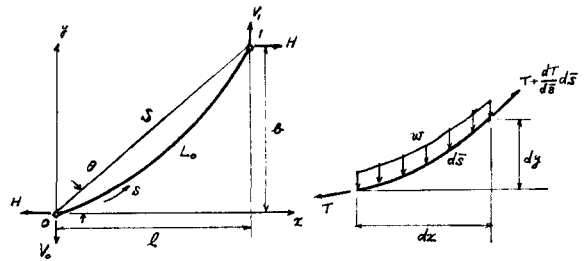


図-1

級数表示 C と $\frac{w}{2T_m}$ の関係を図-2に示す。 $\frac{w}{2T_m}$ < 0.15 において、 C は、 $\pi=1$ 、つまり第1項のみで十分である。

ケーブル部材と棒部材と考える時、張力の方向性が問題になる。そこで平均張力 T_m と弦方向張力 T_d との関係を示すために図-3、図-4である。ここに

$$T_d = \sqrt{H^2 V^2 (1 + T_m / E_0 A)^2 / (1 + C + T_m / E_0 A)^2} \quad (8)$$

図-3より、角度 θ が小さくなると T_d / T_m が大きくなる傾向にある。又図-4より、 $l \leq 600m$ の範囲において、 $\theta \leq 1^\circ/cm^2$ であり、 T_d と T_m の値は5%以内の誤差であることがわかる。

ケーブル部材と棒部材と考える時の修正弾性係数 E は、もし

$$\cos^2 \theta \approx H^2 / [H^2 + V^2 \{1 - (\frac{w}{2T_m})^2\}]^2, \sin \theta \cos \theta \approx HV / [H^2 + V^2 \{1 - (\frac{w}{2T_m})^2\}]^2 \quad (9)$$

$$\sin^2 \theta \approx C + V^2 \{1 - (\frac{w}{2T_m})^2\}^2 / [H^2 + V^2 \{1 - (\frac{w}{2T_m})^2\}]^2$$

が成り立つならば、次の式で与えられる。

$$E = \frac{E_0 (T_d / T_m)}{1 + \frac{C E_0 A \cos^2 \theta}{T_m (1 + C + T_m / E_0 A)}} \quad (10)$$

H.J. Ernst の修正弾性係数、⑩式、伊藤⁽³⁾の修正係数について数値計算した結果を

表-1にまとめた。この表から、伊藤⁽³⁾の修正弾性係数が弱弱小

工めであるが、3修正弾性係数ともほぼ良一致を示している。ところで、現在までの斜張橋において、引張線は $\theta \leq 4^\circ/cm^2$ がほとんどであり、ロックドワイヤ、PPWS の単位重量は $w \leq 0.0006 \text{ } \frac{kg}{m}$ である。従って、 $(\frac{w}{2T_m})^2 \ll 1$ 、 $\frac{T_m}{E_0 A} \ll 1$ として無視できるならば、 $T_d \approx T_m$ と考えられ⑩式から

$$E = \frac{E_0}{1 + \frac{(r/l)^2}{12 \sigma_s^2} E_0} \quad (11)$$

が得られる。ここで $r = w/A$ 、 $\sigma_s = T_d/A$ 、この式は H.J. Ernst の式と一致している。

3. まとめ

H.J. Ernst の修正弾性係数は、近似接線弾性係数であり本質的には部材張力の計算にこの修正弾性係数を使うことには問題があることになるが、上述の比較から直線部材の修正弾性係数として H.J. Ernst の式は有効であり、実際の設計においても使いやすい式である。Eに厳密な非線形解析を行なう場合(長スパン橋、E場合など)は、③式を使うことが適当であると思われる。

(1) F. Leonhart, W. Zelher (京都、伊藤、成岡)、スパンが600mを超える吊橋と斜張橋の比較(上下)、橋梁と基礎 74-12

(2) H.J. Ernst, Der E-Modul von Seilen unter Berücksichtigung des Durchhanges, Der Bauingenieur 1965

(3) 前田, 林, 前田, サグを考慮したケーブルの計算式, 土木学会論文集, No 257, 1977-1

(4) 後藤, 素ケーブル部材の接線剛性方程式について, 土木学会論文報告集, No 270, 1978-2

(5) 伊藤, サグのあるケーブルの換算弾性係数, 土木学会関東支部第34次学術講演要集, No 4, 1976

(6) 阿井, 西岡, 奥村, ケーブル構造に関する一理論解析, 土木学会論文報告集, No 260, 1977-4

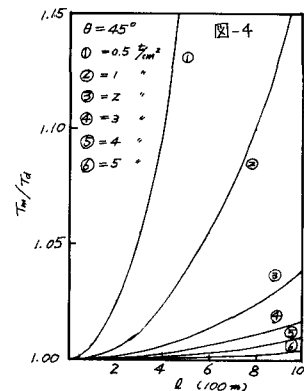
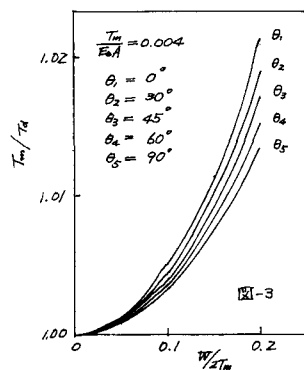
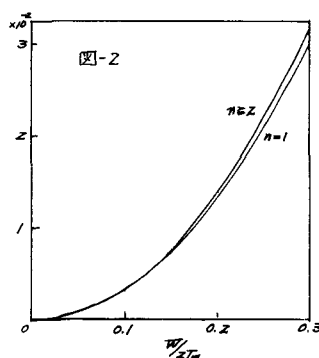


表-1

No.	Ernst (10)			Ito		
	100 m	100 m	100 m	300 m	300 m	300 m
1	884.2	882.7	882.6	185.2	182.4	179.7
2	1511.1	1510.7	1509.7	801.8	798.5	798.2
3	1640.9	1640.7	1638.2	1284.4	1282.8	1282.3
4	1673.9	1673.8	1670.1	1491.0	1490.1	1488.1
5	1686.8	1686.8	1681.9	1587.9	1587.4	1583.9
6	1692.2	1692.2	1686.3	1632.3	1631.9	1627.1
7	1695.1	1695.1	1688.2	1657.3	1657.0	1650.8
8	1696.7	1696.7	1688.8	1670.8	1670.6	1663.3
500 m						
1	63.5	59.4	57.4	16.4	12.3	10.5
2	416.0	410.3	408.5	122.5	114.8	111.2
3	896.8	892.7	892.4	360.5	351.4	348.3
4	1224.2	1221.6	1221.2	669.4	661.3	659.9
5	1421.7	1420.0	1418.3	942.4	936.1	935.8
6	1524.6	1523.4	1520.1	1165.7	1161.1	1160.7
7	1586.4	1585.6	1580.8	1322.5	1319.1	1317.7
8	1621.4	1620.8	1614.6	1424.5	1421.9	1419.0
1000 m						