

北海道大学 正員 能町純雄

苫小牧高専 正員 ○澤田知之

1. あらまし

本稿は、近年群杭とケーソンの中間の剛性を持つ基礎として、軟弱地盤によく用いられている鋼管井筒基礎を取り上げたものであるが、従来の設計指針¹⁾に見られる合成効率と概念を変えて、互いに隣接する杭の継手に1種のバネ定数、 k_H , k_T を考えて個々の杭を継手による力の伝達を含めて、その評価を行なおうとするものである。

解析は、各々の杭が受け持つ力を和分変換と有限フーリエ変換によって処理して本稿の基

本微分方程式を導出し、4次元の速い簡単な解を知り得る。これにより、実物に即して構造を解くことができる。

2. 解析概要

図-1に示す如くに、変位、力の関係を取り要素の断面は不変とする。又、ヒンジ継手は、鋼管の直径に付いていゝものとし、節点力と変位の関係は、継手効率 k_T , k_H を各々構造物の接線方向、半径方向のずれに比例する伝達力の係数と考えると次に示す関係式が示される。

$$P_{r\frac{1}{2}} = k_H [\Delta U_r(x) - \nabla \theta_r(x) \cdot a] \cdot \cos \alpha + \nabla V_r(x) \cdot \sin \alpha \quad \text{--- ①} \quad T_{r\frac{1}{2}} = k_T [-\nabla U_r(x) + \Delta \theta_r(x) \cdot a] \cdot \sin \alpha + \Delta V_r(x) \cdot \cos \alpha \quad \text{--- ②}$$

次に、pile要素の中央座標をそれぞれ半径方向曲げ、接線方向曲げ、及び接りの力の釣り合い式をとると次式に示す如く整理される。

$$EI \cdot U_r''''(x) + KD \cdot U_r(x) = N_r(x) + k_H [\Delta^2 U_r(x) - \Delta^2 \theta_r(x) \cdot a] \cdot \cos \alpha + \Delta^2 V_r(x) \cdot \sin \alpha + k_T [\Delta^2 \theta_r(x) \cdot a \cdot \sin \alpha - \Delta^2 U_r(x) \cdot \cos \alpha] \cdot \sin \alpha \quad \text{--- ③}$$

$$EI \cdot V_r''''(x) + KD \cdot V_r(x) = T_r(x) - k_H [\Delta U_r(x) \cdot \cos \alpha - \{\Delta^2 \theta_r(x) - 4\theta_r(x)\} \cdot a \cdot \cos \alpha + \{\Delta^2 V_r(x) - 4V_r(x)\} \cdot \sin \alpha] \cdot \sin \alpha + k_T [-\Delta U_r(x) + \Delta^2 \theta_r(x) \cdot a] \cdot \sin \alpha + \Delta^2 V_r(x) \cdot \cos \alpha \quad \text{--- ④}$$

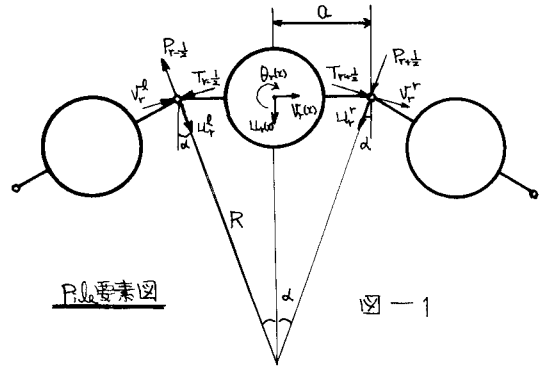
$$GJ \cdot \theta_r''(x) = m_r(x) + k_H [\Delta U_r(x) - \Delta^2 \theta_r(x) + 4\theta_r(x)] \cdot a \cdot \cos \alpha + \{\Delta^2 V_r(x) - 4V_r(x)\} \cdot \sin \alpha \cdot a \cdot \cos \alpha + k_T [-\Delta U_r(x) + \Delta^2 \theta_r(x) \cdot a] \cdot \sin \alpha + \Delta^2 V_r(x) \cdot \cos \alpha \cdot a \cdot \sin \alpha \quad \text{--- ⑤}$$

$$\therefore \Delta F_r(x) = F_{r1}(x) - F_r(x) \quad \Delta^2 F_r(x) = F_{r1}(x) - 2F_r(x) + F_{r-1}(x) \quad K = D \cdot k \quad k: \text{地盤反力係数 (kg/cm}^2\text{)}$$

$$\nabla F_r(x) = F_{r1}(x) + F_r(x) \quad \Delta F_r(x) = F_{r1}(x) - F_{r-1}(x) \quad D: \text{鋼管直径 (cm)}$$

$$EI: \text{曲げ剛度 (kg} \cdot \text{cm}^2\text{)} \quad GJ: \text{捩り剛度 (kg} \cdot \text{cm}^2\text{)} \quad N_r, T_r, m_r: \text{外力} \quad F_r(x) = \frac{\partial^4 F_r(x)}{\partial x^4} \quad \ddot{F}_r(x) = \frac{\partial^2 F_r(x)}{\partial x^2}$$

よって③④⑤式を各々構造の固方向にFourier-Cosine定和分変換、Sine定和分変換、又、軸方向に有限Fourier-Sine変換を施して、天端に水平荷重Pが作用する場合の一般式を求めると次に示す⑥⑦⑧の形式に表すことができる。これは有限Fourier-Sine逆変換を施した結果であり、この境界値を知らず、各々、cosineとSineの定和分変換を行なうと求める断面力を知り得る。尚、境界条件は、天端では自由端であり、根元では岩盤等の硬い地盤にpileが根入れとして打ち込まれヒンジ状態になっているものとした場合の式を示してある。



$$\begin{aligned} Q_1[L_r(x)] &= \frac{2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{DD} \left\{ m^5 + C3 m^3 + B2 m + B2 C3 \frac{1}{m} \right\} \cdot \sin \frac{m\pi}{L} x \cdot D1 * Q_1 \left[\frac{q_0 - q_L}{q_0} (1)^m \right] \\ &+ \frac{2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{DD} \left\{ (P1 - C3) \cdot m^7 + (P2 - B2) m^5 + (P3 - B2 C3 + B3 C2) m^3 + P4 m + \frac{P5}{m} \right\} + \frac{1}{m} \cdot \sin \frac{m\pi}{L} x \cdot E1 * Q_1[L_r(x)] \\ &+ \frac{2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{DD} \left\{ B3 C1 m^3 - B1 (m^5 + C3 m^3) \right\} \cdot \sin \frac{m\pi}{L} x \cdot E2 * Q_1[\sqrt{r}(x)] \\ &+ \frac{2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{DD} \left\{ B2 C2 m - C1 (m^5 + B2 m) \right\} \cdot \sin \frac{m\pi}{L} x \cdot E3 * Q_1[\theta_r(x)] \quad \text{--- ⑥} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_2[\sqrt{r}(x)] &= \frac{2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{DD} \left\{ (A3 C2 - A2 C3) \cdot \frac{1}{m} - A2 m \right\} \cdot \sin \frac{m\pi}{L} x \cdot D1 * Q_1 \left[\frac{q_0 - q_L}{q_0} (1)^m \right] \\ &+ \frac{2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{DD} \left\{ (A3 C2 - A2 C3) \cdot m^3 - A2 m^5 \right\} \cdot \sin \frac{m\pi}{L} x \cdot E1 * Q_1[L_r(x)] \\ &+ \frac{2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{DD} \left\{ (P1 - C3) m^7 + (P2 - A1) m^5 + (P3 - A1 C3 + A3 C1) m^3 + P4 m + \frac{P5}{m} \right\} + \frac{1}{m} \cdot \sin \frac{m\pi}{L} x \cdot E2 * Q_1[\sqrt{r}(x)] \\ &+ \frac{2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{DD} \left\{ (A2 C1 - A1 C2) m - C2 m^5 \right\} \cdot \sin \frac{m\pi}{L} x \cdot E3 * Q_1[\theta_r(x)] \quad \text{--- ⑦} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_3[\theta_r(x)] &= \frac{2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{DD} \left\{ (A2 B3 - A3 B2) \cdot \frac{1}{m} - A3 m^3 \right\} \cdot \sin \frac{m\pi}{L} x \cdot D1 * Q_1 \left[\frac{q_0 - q_L}{q_0} (1)^m \right] \\ &+ \frac{2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{DD} \left\{ (A2 B3 - A3 B2) m^3 - A3 m^5 \right\} \cdot \sin \frac{m\pi}{L} x \cdot E1 * Q_1[L_r(x)] \\ &+ \frac{2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{DD} \left\{ (A3 B1 - A1 B3) m^3 - B3 m^5 \right\} \cdot \sin \frac{m\pi}{L} x \cdot E2 * Q_1[\sqrt{r}(x)] \\ &+ \frac{2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{DD} \left\{ \frac{1}{DD} \left\{ P1 m^7 + (P2 - A1 - B2) m^5 + P3 m^3 + (P4 - A1 B2 + A2 B1) m + \frac{P5}{m} \right\} + \frac{1}{m} \right\} \cdot \sin \frac{m\pi}{L} x \cdot E3 * Q_1[\theta_r(x)] \quad \text{--- ⑧} \end{aligned}$$

ここで、 $P1 = C3$, $E1 = E2 = \frac{8}{\pi}$

$P2 = A1 + B2$, $E3 = \frac{8}{\pi}$

$P3 = C3(A1 + B2) - B3 C2$

$P4 = A1 B2 - B1 A2 - C1 A3$

$P5 = A1 B2 C3 - A3 B2 C1 - A1 B3 C2 - A2 B1 C3$

$A1 = \frac{1}{\pi} \left(\frac{8}{\pi} \right)^2 \left\{ KD + K_T D_i \cos \alpha + K_T (4 - D_i) \sin \alpha \right\}$

$A2 = \frac{1}{\pi} \left(\frac{8}{\pi} \right)^2 \cdot 2 \cdot S_i \sin \alpha \cos \alpha (K_N + K_T)$ $B3 = \frac{1}{\pi} \left(\frac{8}{\pi} \right)^2 a \sin \alpha \cos \alpha \{ K_N (4 + D_i) + K_T S_i \}$

$A3 = \frac{1}{\pi} \left(\frac{8}{\pi} \right)^2 \cdot 2 \cdot S_i \cdot a (K_T \sin \alpha - K_N \cos \alpha)$ $C1 = \frac{1}{\pi} \left(\frac{8}{\pi} \right)^2 2 S_i a (K_N \cos \alpha - K_T \sin \alpha)$

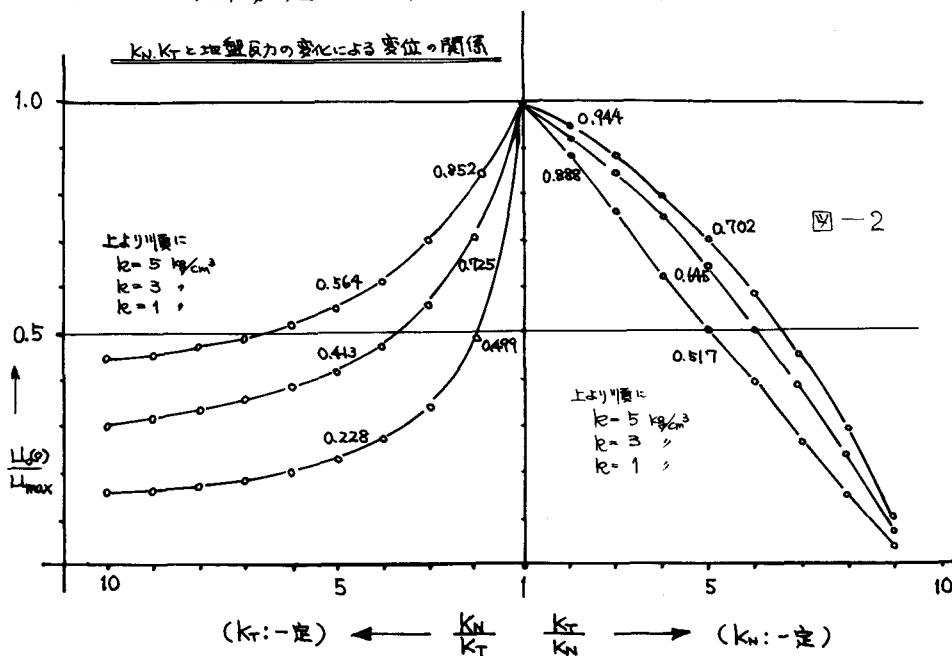
$B1 = \frac{1}{\pi} \left(\frac{8}{\pi} \right)^2 2 \sin \alpha \cos \alpha (K_T D_i + K_T S_i)$ $C2 = \frac{1}{\pi} \left(\frac{8}{\pi} \right)^2 a \sin \alpha \cos \alpha \{ K_T D_i - K_N (4 - D_i) \}$

$B2 = \frac{1}{\pi} \left(\frac{8}{\pi} \right)^2 \left\{ KD + K_N (4 - D_i) \sin \alpha + K_T D_i \cos \alpha \right\}$ $C3 = \frac{1}{\pi} \left(\frac{8}{\pi} \right)^2 a^2 \{ K_T S_i \sin^2 \alpha - K_N (4 - D_i) \cos^2 \alpha \}$

$DD = m^6 + P1 m^4 + P2 m^2 + P3 m^4 + P4 m^2 + P5$ $D1 = \frac{1}{\pi} \left(\frac{8}{\pi} \right)^2$ $S_i = \sin \frac{m\pi}{L} x$ $D_i = 2(1 - \cos \frac{m\pi}{L} x)$ $Q_1[F_r(x)] = \sum_{n=1}^{\infty} F_n(x) \cos \frac{n\pi}{L} x$ $Q_2[F_r(x)] = \sum_{n=1}^{\infty} F_n(x) \sin \frac{n\pi}{L} x$

3. 数値計算例

今、構造全体長 10 m, 鋼管数 10 本, 鋼管直径 80 cm の構造について, K_N , K_T の変化における, 最大の変位である変位 $U_r(x)$ の比の変化を地盤反力係数の違いによる変化によって図-2 に示す。



※参考文献: 1) 矢板式基礎の設計と施工指針(同解説)(矢板式基礎研究会編)
2) 水平鋼管矢板構造の耐震効果について(熊野・澤田・佐藤: 北海道建設局) (論文報告集, 昭和52年度)

尚、数値計算は、北海道大学 FACOM 230-60/75 及び 苫小牧高専 HITAC 8250 を使用した。