

関西大学工学部 正会員 堂垣 正博
 関西大学工学部 正会員 三上 市蔵
 関西大学工学部 正会員 米沢 博

予えがき 最近、鋼構造物の薄肉軽量化・長大化が推進され、かつ溶接が多用されている。部材の薄肉化や溶接の採用により、部材には残留応力や初期たわみなどの初期不整が不可避免的に生じる。これらの初期不整が部材に及ぼす影響は重大であり、不整を考慮に入れて部材の挙動を解明することは極めて重要な問題であると思われる。横荷重、面内荷重あるいは両荷重が同時に作用する場合の長方形板の解析は数多くなされている。ところが、扇形板の解析はあまりなされていないようである。先に、着者らは扇形補剛板を対象に圧縮力を受ける場合を解析し、模型実験と比較した¹⁾。今回は一様面内圧縮力と横荷重を同時に受ける場合を初期たわみを考慮して非線形解析を行い、面内荷重のみの場合との比較、初期たわみの大きさや形状、曲率半径比、剛度比、境界条件の違いなどが扇形板のたわみや膜力などに及ぼす影響について調べた。

基礎微分方程式 図-1に示すように、扇形補剛板をそれと等価な極異方性扇形板に置換し、横荷重 q と $\theta=0, \theta_0$ の両直線辺に一様面内圧縮荷重 N_0 が作用する場合を考える。初期たわみ w_0 を有する極異方性扇形板の基礎微分方程式はつぎのようになる。

$$\begin{aligned} & -\frac{E_0}{r^2} u + \frac{E_r}{r} u_{,r} - \frac{E_0 + E_{r0}}{r^2} v_{,\theta} + E_r u_{,rr} + \frac{E_1 + E_{r0}}{r} v_{,r\theta} + \frac{E_{r0}}{r^2} u_{,\theta\theta} = \\ & \frac{E_1 - E_r}{2r} (\bar{w}_{,r}^2 - w_{0,r}^2) + \frac{E_0 + E_1}{2r^2} (\bar{w}_{,\theta}^2 - w_{0,\theta}^2) - \bar{w}_{,r} (E_r \bar{w}_{,rr} + \frac{E_{r0}}{r^2} \bar{w}_{,\theta\theta}) \\ & + \bar{w}_{,r} (E_r \bar{w}_{,rr} + \frac{E_{r0}}{r^2} \bar{w}_{,\theta\theta}) - \frac{E_1 + E_{r0}}{r^2} (\bar{w}_{,r\theta} \bar{w}_{,\theta} - w_{0,r\theta} w_{0,\theta}) \quad \dots (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -\frac{E_{r0}}{r^2} v + \frac{E_0 + E_{r0}}{r^2} u_{,\theta} + \frac{E_{r0}}{r} v_{,r} + E_{r0} v_{,rr} + \frac{E_0}{r^2} v_{,\theta\theta} + \frac{E_1 + E_{r0}}{r} u_{,r\theta} = - \\ & \frac{E_1 + E_{r0}}{r} (\bar{w}_{,r} \bar{w}_{,\theta} - w_{0,r} w_{0,\theta}) - \frac{1}{r} \bar{w}_{,\theta} (\frac{E_0}{r^2} \bar{w}_{,\theta\theta} + E_{r0} \bar{w}_{,rr}) + \frac{1}{r} w_{0,\theta} \\ & (\frac{E_0}{r^2} w_{0,\theta\theta} + E_{r0} w_{0,rr}) - \frac{E_{r0}}{r^2} (\bar{w}_{,r} \bar{w}_{,\theta} - w_{0,r} w_{0,\theta}) \quad \dots (2) \end{aligned}$$

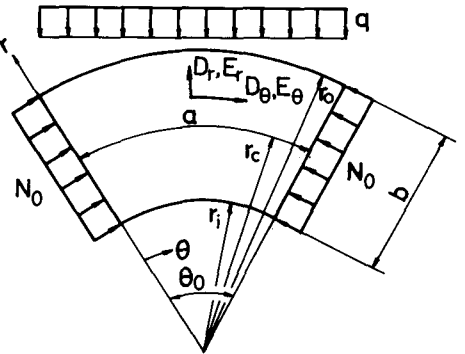


図-1

$$\begin{aligned} & D_r (\bar{w}_{,rrr} + \frac{2}{r} \bar{w}_{,rr}) + 2H (\frac{1}{r^2} \bar{w}_{,r\theta\theta} - \frac{1}{r^3} \bar{w}_{,r\theta} + \frac{1}{r^4} \bar{w}_{,\theta\theta}) + D_\theta (-\frac{1}{r^2} \bar{w}_{,rr} + \frac{1}{r^3} \bar{w}_{,r} + \frac{2}{r^4} \bar{w}_{,\theta\theta} + \frac{1}{r^4} \bar{w}_{,\theta\theta\theta}) = q + \\ & D_r (w_{0,rrr} + \frac{2}{r} w_{0,rr}) + 2H (\frac{1}{r^2} w_{0,r\theta\theta} - \frac{1}{r^3} w_{0,r\theta} + \frac{1}{r^4} w_{0,\theta\theta}) + D_\theta (-\frac{1}{r^2} w_{0,rr} + \frac{1}{r^3} w_{0,r} + \frac{2}{r^4} w_{0,\theta\theta} + \frac{1}{r^4} w_{0,\theta\theta\theta}) + [E_r \{u_{,r} + \\ & \frac{1}{2} (\bar{w}_{,r}^2 - w_{0,r}^2)\} + E_1 \{ \frac{1}{r} (u + v_{,\theta}) + \frac{1}{2r^2} (\bar{w}_{,\theta}^2 - w_{0,\theta}^2) \}] \bar{w}_{,rr} + [E_1 \{u_{,r} + \frac{1}{2} (\bar{w}_{,r}^2 - w_{0,r}^2)\} + E_0 \{ \frac{1}{r} (u + v_{,\theta}) + \frac{1}{2r^2} (\bar{w}_{,\theta}^2 - \\ & w_{0,\theta}^2) \}] (\frac{1}{r} \bar{w}_{,r} + \frac{1}{r^2} \bar{w}_{,\theta\theta}) + E_{r0} (v_{,r} + \frac{1}{r} u_{,\theta} - \frac{1}{r} v + \frac{1}{r} \bar{w}_{,r} \bar{w}_{,\theta} - \frac{1}{r} w_{0,r} w_{0,\theta}) (-\frac{2}{r^2} \bar{w}_{,\theta} + \frac{2}{r} \bar{w}_{,r\theta}) \quad \dots (3) \end{aligned}$$

ここに、 E_r, E_θ は極異方性扇形板の伸び剛さ、 $E_1 = \nu_r^2 E_r = \nu_\theta^2 E_\theta$ 、 E_{r0} はせん断剛さ、 D_r, D_θ は極異方性扇形板の曲げ剛さ、 $H = D_1 + 2D_\theta$ ($D_1 = \nu_\theta^2 D_r = \nu_r^2 D_\theta$ 、 $2D_\theta$ はねじり剛さ)である。また、 u, v はそれぞれ半径、円周方向の面内変位であり、 $\bar{w}$ は初期たわみと荷重による付加たわみを加えた全たわみである。なお、式中でコンマの後の添字はそれによる微分を表す。

境界条件式 面外の変位 w に対する境界条件は全辺で単端支持あるいは固定されているものと仮定する。面内の変位 u, v に対しては直線辺 ($\theta=0, \theta_0$) で円周方向膜力 N_θ が一様面内圧縮荷重 N_0 に等しく、膜せん断力 $N_{\theta r}$ がゼロという条件を用いる。また、曲線辺 ($r=r_i, r_o$) では半径方向変位がゼロで、かつ扇形補剛板を上フランジとする箱形あるいは円形断面を有する曲線桁を想定し、扇形補剛板と腹板との接合部において腹板の円周方向膜力の変化量が上フランジの曲線辺に生じる膜せん断力に等しいという条件を考える。すなわち、つぎのようになる。

$$N_\theta = -N_0, \quad N_{\theta r} = 0 \quad (\theta=0, \theta_0) \quad \dots (4) \quad u=0, \quad N_{r\theta} = \mp \frac{1}{r} N_{\theta,0} \quad (r=r_i, r_o) \quad \dots (5)$$

ここに、 $N_{\theta} = E_1 \{ u_{,r} + \frac{1}{2} (\bar{w}_{,r}^2 - w_{\theta,r}^2) \} + E_0 \{ \frac{1}{r} (u + v_{,\theta}) + \frac{1}{2r^2} (\bar{w}_{,\theta}^2 - w_{\theta,\theta}^2) \}$,
 $N_{r\theta} = N_{\theta r} = E_{r\theta} \{ \frac{1}{r} u_{,\theta} - \frac{1}{r} v_{,r} + \frac{1}{r} (\bar{w}_{,r} w_{,\theta} - w_{\theta,r} w_{\theta,\theta}) \}$, $N_{\theta}^B = \frac{A_w E}{r} (u + v_{,\theta})$, A_w は扇形補剛板に接合している腹板の有効断面積を表わす。式中、複号の-は $r=r_i$, +は $r=r_o$ の条件に用いる。

数値計算 基礎微分方程式 (1), (2), (3) は非線形連立偏微分方程式であり、上に示した境界条件のもとで厳密解を求めることは非常に困難である。そこで差分法を適用し、加速パラメータを用いた反復法により解くことにした。未知数は $u, v, \bar{w}$ であり、反復計算の際、 u, v は式 (1), (2) を連立させて解き、 $\bar{w}$ は式 (3) から求め、所定の精度が得られるまで繰返し計算した。なお、差分の分割には円周方向 24 分割、半径方向 8 分割を採用した。

数値計算結果 曲げ剛さ比 $D_0/D_r = 10$, 伸び剛さ比 $E_0/E_r = 1$, 縦横比 $a/b = 1$, 曲率半径比 $r_i/r_o = 0.98$ と 0.5 , 断面積比 $A_w/bh = 0.5$ で全辺単純支持の場合の解析例を図-2~4 に示す。この場合、初期たわみは半波形の正弦関数で与え、最大初期たわみ $w_{0max}/h = 0.01$ と 0.5 を仮定した。面内荷重と横荷重を同時に受ける場合、

の挙動を調べ、面内荷重のみ ($\bar{q}=0$) の場合との比較を行う。図-2 に扇形板中央点の全たわみと荷重の関係を示す。面内荷重のみの場合、特に初期たわみが小さい場合には曲率半径比は板中央点のたわみに影響を及ぼすが、面内荷重が同時に作用する場合には、 r_i/r_o の違いによる差違はほとんど見られず、また、初期たわみの大小による相違もあまりない。図-3 に中央断面での円周方向膜力の分布を描いた。 $r_i/r_o = 0.98$ (正方形板に相当する) の場合の分布は図示していないが、この場合ほぼ正方形板の膜力分布と等しくなり、正方形板と同様のせん断遅れの現象を呈する。扇形板では図に示すようなかなり複雑な分布となり、板中央から外側曲線側でせん断遅れの、内側曲線近傍でせん断進みの現象を伴う膜力分布となる。横荷重が加わるとより膜力の減少が著しくなることも分る。図-4 は中央断面での円周方向膜力と作用荷重の比を縦軸に、作用荷重を横軸に取り膜力の減少を調べた図である。面内荷重のみの場合、 $N_{\theta} b^2 / 4 \pi^2 D_r \leq 2$ の分布はほぼ一定で、平均膜力はほとんど減少していない。2以上の荷重ではせん断遅れが生じ、平均膜力は徐々に減少する。横荷重が加わると、横荷重の影響により変形も増し、かつ最初からせん断遅れが生じ、平均膜力もかなり減少する。

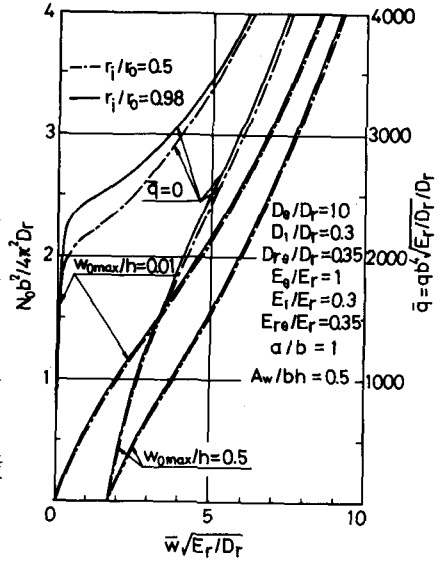


図-2

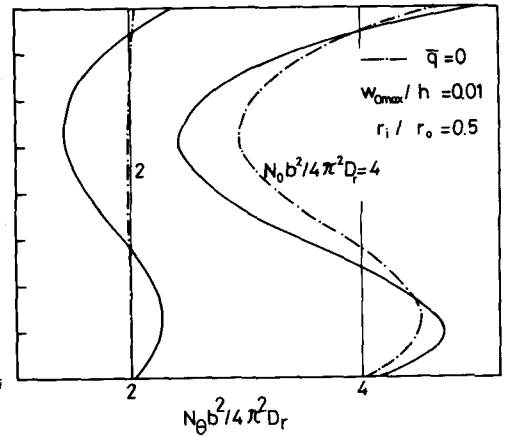


図-3

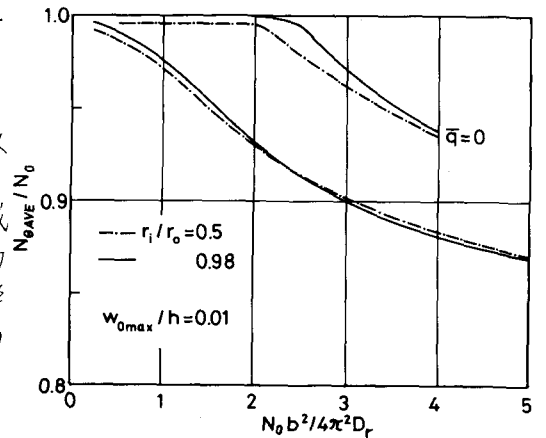


図-4

1) Lee, H.W.L. and Hains, C.P.: Large deflections of curved plates, Proc. ASCE, Vol. 97, No. ST4, 1971, pp. 1143-1155.

2) 米沢 三上・菅垣 新泰: 扇形補剛板の非線形解析, 昭和53年度関西支部年次学術講演会講演要旨, I-16, 昭53.