I-62　　薄肉箱桁のShear Lagについて

秋田高専土木工学科　正員　○堀江　保
秋田大学土木工学科　正員　稼農知徳
秋田大学土木工学科　正員　薄木征三

1、はじめに

われわれは、これまで、曲げおよびねじりに伴うせん断変形の影響を薄肉直線材を対象に研究してきた。せん断変形の影響は一般に小さく、従来のはり理論でも無視されているが、固定端のように軸方向の拘束の強い部分等ではその影響も大きく、精密なはり理論を展開するうえではもはや無視できないものと考えられる。そこで、著者等は、従来のはり理論のせん断応力に対する矛盾を、応力のつり合いを満たすべく繰り返し修正する方法を用いて解消し、修正前と修正後のせん断応力分布の一致を確認したうえ、ひずみ成分を表示した。[1] このひずみ成分を用いて軸応力分布を求める際、断面内の応力変化、すなわちShear Lag効果を評価できることがわかったので、ここでは、特に箱形断面を対象に数値計算を行ない、他法と比較した。本法は、断面形不変を保持し、あくまでもはり理論の立場より解析を進めているが、そのうえでShear Lagを評価できる点に意義があるように思われる。

2、応力分布表示式

今、一方向曲げのみを考えると、部材軸方向ひずみは、次式で与えられる。[1]

$$\varepsilon_z = -U''x + \frac{E}{G}B_y\Theta' \qquad (1)$$

ここで、

$$B_y = \int_0^S \frac{1}{t}S_y\,dS \qquad S_y = S_{y0} - S_{y1}$$

$$S_{y0} = \int_{S_1}^S x^* t\,dS \qquad S_{y1} = \frac{\oint \frac{1}{t}S_{y0}\,dS}{\oint \frac{1}{t}dS} \qquad (2)\,a\text{-}d$$

であり、Sは薄肉部材の中心線に沿っての座標、tは板厚である。断面力として

$$M_y = \int_F \sigma_z \cdot x\,dF \qquad H_y = \int_F \frac{E}{G}\sigma_z \cdot B_y\,dF \qquad (3)\,a.b$$

と定義すると、部材軸方向応力は、これらによって次式のように表示される。

$$\sigma_z = n_y\left(x - B_y\frac{K_{yy}}{R_{yy}}\right)\frac{M_y}{J_y} - n_y\left(x\frac{K_{yy}}{J_y} - B_y\right)\frac{G}{E}\frac{H_y}{R_{yy}} \qquad (4)$$

上式中、J_y, K_{yy}, R_{yy}は断面諸量であり、次式のように定義し、また、n_yはそれらを用いてつぎのように表わされる。

$$J_y = \int_F x^2 \cdot dF \qquad K_{yy} = \int_F x \cdot B_y\,dF$$

$$R_{yy} = \int_F B_y^2\,dF \qquad n_y = 1\Big/\left(\frac{K_{yy}^2}{J_y \cdot R_{yy}}\right) \qquad (5)\,a\text{-}d$$

一方、ねじりに関する軸応力は、(1)式に相当する軸ひずみが

$$\varepsilon_z = -\varphi''\omega + \frac{E}{G}B_\omega\Phi' \qquad (6)$$

と与えられるので、同様にして次式で表わされる。

$$\sigma_z = n_\omega\left(\omega - B_\omega\frac{K_{\omega\omega}}{R_{\omega\omega}}\right)\frac{M_\omega}{J_\omega} - n_\omega\left(\omega\frac{K_{\omega\omega}}{J_\omega} - B_\omega\right)\frac{G}{E}\frac{H_\omega}{R_{\omega\omega}} \qquad (7)$$

ここで、ωはそり座標であり、B_ω座標は(2)式に対応して与えられる。また、断面力M_ω, H_ωおよび断面諸量J_ω, $K_{\omega\omega}$, $R_{\omega\omega}$は、各々(3)式，(5)式に対応して定義される。(4)式，(7)式を使って断面内の応力分布は、x, B_y座標、あるいはω, B_ω座標によって求められる。

3、数値計算例

前述の(4)式，(7)式中の断面力M_y, H_yあるいはM_ω, H_ωは剛性法によっても求められるが、ここでは、微分方程式の解より得られる結果を示す。はり形式として片持ちばりを選ぶと各々次式となる。

i) 長さℓの片持ちばりの先端に集中荷重Pが作用

$$M_y = -P(\ell - Z)$$

$$H_y = -\frac{P\ell E_g K_{yy}}{E J_y}\left\{\left(1 - \frac{Z}{\ell}\right) - \frac{1}{k\ell}\frac{\sinh k(\ell - Z)}{\cosh k\ell}\right\} \qquad (8)\,a.b$$

ここで、

$$E_g = \frac{E^2}{G} \qquad k^2 = n_y\frac{G}{E}\frac{D_{yy}}{R_{yy}} \qquad (9)\,a.b$$

とし、断面諸量 D_{yy} は次式で定義した。

$$D_{yy}=\int_F \frac{S_y^2}{t^2}\,dF \qquad (10)$$

ii) 長さ ℓ の片持ちばりの先端にねじりモーメント M_T が作用

$$M_\omega=\frac{M_T}{\beta^2 b_1}\left\{A_1\mu_1^2(\mu_1^2-2\alpha)\frac{\sinh\mu_1(\ell-Z)}{\cosh\mu_1\ell} - A_2\mu_2^2(\mu_2^2-2\alpha)\frac{\sinh\mu_2(\ell-Z)}{\cosh\mu_2\ell}\right\}$$

$$H_\omega=\frac{M_T}{\beta^2 b_1 b_2}\left\{A_1\mu_1^2(\mu_1^2-2\alpha+b_1)\frac{\sinh\mu_1(\ell-Z)}{\cosh\mu_1\ell} - A_2\mu_2^2(\mu_2^2-2\alpha+b_1)\frac{\sinh\mu_2(\ell-Z)}{\cosh\mu_2\ell}\right\} \qquad (11)a.b$$

ここで、

$$2\alpha=\frac{1}{n_1}\frac{G}{E}\left(\frac{J_z}{J_\omega}+\frac{D_{\omega\omega}}{R_{\omega\omega}}\right) \qquad \beta^2=\frac{1}{n_1}\left(\frac{G}{E}\right)^2\frac{J_z\cdot D_{\omega\omega}}{J_\omega\cdot R_{\omega\omega}}$$

$$n_1=1-\frac{K_{\omega\omega}^2}{J_\omega\cdot R_{\omega\omega}} \qquad b_1=\frac{G D_{\omega\omega}}{E R_{\omega\omega}} \qquad b_2=\frac{G K_{\omega\omega}}{E R_{\omega\omega}} \qquad (12)a\text{-}e$$

とし、また $K=\beta/\alpha$ として

$$\mu_1^2=\alpha\left(1+\sqrt{1-K^2}\right) \qquad \mu_2^2=\alpha\left(1-\sqrt{1-K^2}\right)$$

$$A_1=\frac{\beta^2-b_1\mu_2^2}{\mu_1(\mu_1^2-\mu_2^2)} \qquad A_2=\frac{\beta^2-b_1\mu_1^2}{\mu_2(\mu_1^2-\mu_2^2)} \qquad (13)a\text{-}d$$

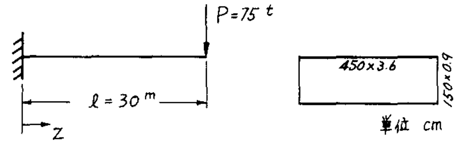
と置いた。さらに断面諸量 $D_{\omega\omega}$ は、(11)式に対応して定義され、J_z は次式で定義した。

$$J_z=\int_F \Theta^2\,dF \qquad \Theta=2n+\frac{1}{t}\frac{\oint r_s^*\,ds}{\oint \frac{1}{t}\,ds} \qquad (14)a.b$$

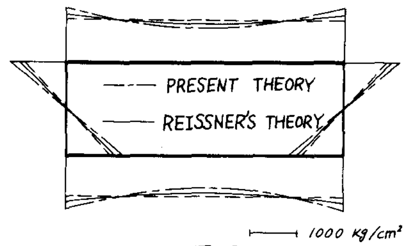
r_s は、横断面原点より薄肉断面任意点までの距離、n は、薄肉中心線に垂直な方向の座標である。

図−1のはり、荷重状態の固定端での軸応力は図-2のようになる。図中、比較のためREISSNERの理論による値[2]も同時にプロットした。図−3は、軸応力の部材軸方向の変化を示したもので、箱形断面の中央および縁端での値を曲げ理論による応力で除したものをプロットした。図−2,図−3において破線は従来の曲げ理論による値を示す。

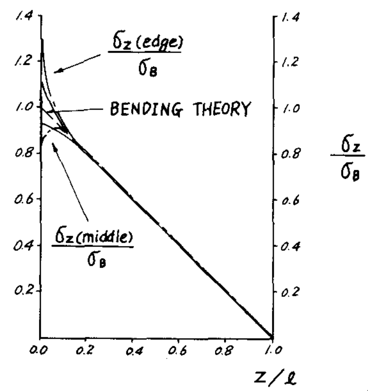
図−5は、図−4のように偏載荷重が作用したときの固定端の軸応力であり、一軸曲げとねじりに関するものを重ね合わせることによって得られる。このように断面内での非対称荷重によるShear Lag効果を評価できる点は、有効幅との関り合いにおいて興味深いものと思われる。



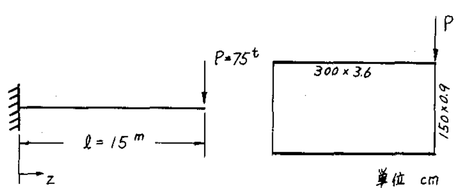
図−1



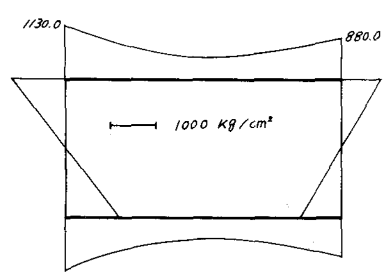
図−2



図−3



図−4



図−5

参考文献 1) 堀江、稼農；薄肉直線材のせん断変形解析（第31回講演会概要集） 2) E.REISSNER; Least Work Solutions of Shear Lag Problems (Journal of the Aeronautical sciences, 1941)