

大阪大学大学院 学生員 森 寛司
 大阪大学工学部 正 員 前田 幸雄
 大阪大学工学部 正 員 林 正

1. まえがき

ケーブル部材を有する平面骨組構造のマトリックス法による複合非線形解析では、ケーブル部材に生じるサグの影響を考慮するためにはケーブル部材をリンク構造に置きかえることにより、比較的容易に計算することが出来る。しかし、この方法では系全体の剛性行列のサイズが飛躍的に大きくなるため合理的な解法ではない。そこで、本文においては弾性解析の場合¹⁾と同様に、サグの影響を考慮した平面ケーブル部材の複合非線形解析の計算式を誘導した。また骨組部材については、塑性域における積分演算では応力の連続性を考慮することにより、解析精度の向上をはかるとともに、計算時間が短くなるような定式化を行なった。

2. ケーブル部材の解析

ケーブル部材の解析では、まず、荷重増分に対応する部材端変位の増分を接線剛性行列より求め、このときの総荷重とケーブル両端の変位に釣り合、たサグをケーブル方程式から求めるという手順で行なった。

(1) 解析仮定：ケーブル部材の解析では、次の仮定を用いた。

- 1) 荷重は、ケーブルの全長にあたって鉛直方向に等分布荷重する。
- 2) ケーブルの形状は、弾塑性状態においても放物線とする。
- 3) 材料は、図-1のような理想硬化弾塑性体とする。

(2) ケーブル方程式：変形後のケーブルの適合条件は、変形後のケーブル長を C 、ケーブルの伸びを ΔC 、ケーブルの無応力長を C_0 とすると

$$C - \Delta C - C_0 = 0 \quad (1)$$

となる。式(1)の両辺に n を乗じた式を ψ とおくと、次式のように変形できる。

$$\psi(n) = \frac{l}{16} S - \frac{Wl}{8EA} \left(1 + \frac{16}{3} n^2 + m^2\right) - \frac{l}{16} \left(\frac{1}{E_e} - \frac{1}{E}\right) \left(\frac{2W}{A} I_p - \sigma_u J_u + \sigma_y J_{pu}\right) - n C_0 = 0 \quad (2)$$

ここに、

$$S = (4n+m)\sqrt{1+(4n+m)^2} + (4n-m)\sqrt{1+(4n-m)^2} \\ - \log_e \left[\left\{ 4n+m + \sqrt{1+(4n+m)^2} \right\} \left\{ 4n-m + \sqrt{1+(4n-m)^2} \right\} \right] \quad (3)$$

$$n = t/l, \quad m = h/l, \quad \xi = x/l, \quad W = wl = \text{const.} \quad (4)$$

また、 I_p , J_u , J_{pu} は次式の不定積分に塑性域または除荷域を代入したものである。

$$I = \int \left\{ 1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right\} d\xi = \int \left\{ 1 + (4n+m)^2 \xi^2 - 8n(4n+m)\xi^2 + \frac{16}{3} n^2 \xi^3 \right\} d\xi \quad (5)$$

$$J = -16n \int \left\{ 1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right\} d\xi = (4n+m-8n\xi)\sqrt{1+(4n+m-8n\xi)^2} \\ + \log_e \left\{ (4n+m-8n\xi)\sqrt{1+(4n+m-8n\xi)^2} \right\} \quad (6)$$

式(2)が、複合非線形解析におけるケーブル方程式である。式(2)の右辺において第1項は変形後のケーブル長から導かれたものであり、第2, 3項はケーブルの伸び ΔC から導かれた項であり、第2項はケーブルの全長にわたって弾性とした場合に導かれる項である。第3項は塑性変形を考慮することにより、導かれる項で、 I_p と J_u は、それぞれ塑性部分と除荷部分について、 J_{pu} は、塑性および除荷部分について存在する項である。

ケーブル部材の接線剛性行列は、弾性解析の場合と同じように式(2)から l , n , t の増分関係を求めることにより、トラス部材と同じ形の式を誘導することが出来る²⁾。

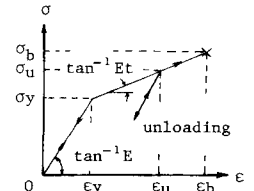


図-1 ケーブルの
応力-ひずみ曲線

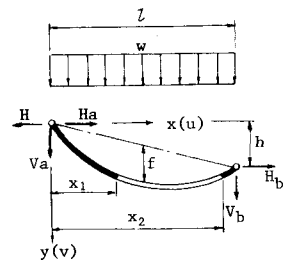


図-2 放物線ケーブル

3. 棒部材の解析

棒部材に関する平衡方程式は、前増分段階における部材端力と荷重を $\{F\}$, $\{P\}$ 新たな変位増分と荷重増分を ΔU , ΔP とすると仮想変位の原理より次式のように表わされる。

$$[\Delta k_n + \Delta k_a] \Delta U = \Delta P - (\{F\} - \{P\}) \quad (7)$$

ここで、接線剛性行列の二つの成分と部材端力は、

$$\{\Delta k_n\} = \int_V \sigma_0 [\epsilon] dV, [\Delta k_a] = \int_V E^* [\epsilon] \{\epsilon\} dV \quad (8)$$

$$\{F\} = \int_V \sigma_0 \{\epsilon\} dV \quad (9)$$

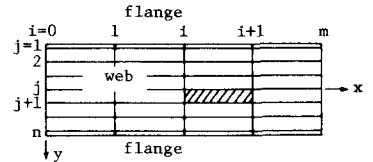


図-3 棒部材の分割

式(8), (9)において $[\epsilon]$ は x のみの関数行列, $\{\epsilon\}$ は x, y と前増分段階の材端変位 $\{U\}$ の関数ベクトル, E^* は弾塑性状態によつて定まる弾性係数, σ_0 は前増分段階の応力である。

本文では、塑性域の広がりを見極めるために一本の棒部材を図-3に示すように分割し、隣接する細要素の応力の連続性を考慮するために応力は細要素内では x, y 方向に直線的に変化するものとした。この応力を細要素の隅角点の応力で表わすと、図-4に示す記号を用いて次のようになる。ここに、 σ_{ij} は格子点応力, ξ_i, η_j は細要素内で正規化された局所座標である。

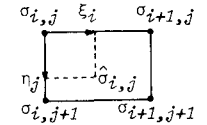


図-4 細要素の応力

$$\sigma_{ij} = \{ \sigma_{ij}(1-\xi_i) + \sigma_{i+1,j}\xi_i \} (1-\eta_j) + \{ \sigma_{ij+1}(1-\xi_i) + \sigma_{i+1,j+1}\xi_i \} \eta_j \quad (10)$$

式(10)で表わされる応力 σ_{ij} を用いて式(8), (9)の積分を解析的に行った。

4. 数値計算例

以上の計算式の精度を確認するために次のような数値計算を行った。

(1) 単一ケーブル：図-5に示す単一ケーブルについて本文で誘導した計算式を用いた場合とケーブルをリンク状にした場合の計算を行ない計算結果の一部を表-1に示した。

計算に用いた諸量は次の通りである。

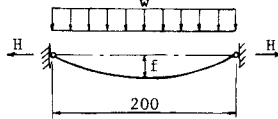


図-5 単一ケーブル

$$C_0 = 2 \times 10^6, A = 1 \times 10^2,$$

$$E = 2.0 \times 10^6,$$

$$E_t = 1.55 \times 10^5,$$

$$\sigma_y = 1.062 \times 10^4, \sigma_b = 4 \times 10^{-2}$$

表-1 リブ, 水平反力, 最大張力の比較

Load (W)		160	373.8*	380	616	1363**
Sag ratio	Parabolic C.	0.0336	0.0447	0.0451	0.0671	0.1170
	Linking C.	0.0335	0.0446	0.0450	0.0668	0.1155
H	Parabolic C.	595.8	1047	1053	1148	1457
	Linking C.	595.6	1047	1053	1149	1462
Tmax	Parabolic C.	601.1	1063	1070	1188	1608
	Linking C.	600.4	1062	1069	1185	1600

* : Yielding load, ** : Breaking load.

両者の差はケーブルが破断したときでもリブ比で 1.3%, 最大張力で 0.5% でありよく一致している。

(2) 塔と放物線ケーブル：3本のケーブルが2基の塔の頂点に固定された図-6に示すような構造物について放物線ケーブルとリンクケーブルの2通りの計算を行った。

計算に用いた断面諸量はケーブルは(1)と同じ値を用い、塔については次の通りである。

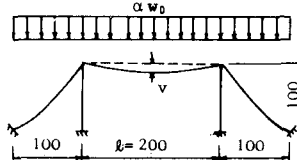


図-6 塔と放物線ケーブル

$$\square - 200 \times 220 \times 5 \times 4, E = 2.1 \times 10^6, E_t = 2.1 \times 10^5, \sigma_y = 4.6 \times 10^3$$

また、基準荷重として $w_0 = 100$ を用いた。

計算結果の一部を図-7に示した。両者の比較では、中央のケーブルのサグ比が 0.1 生じた場合においてもその誤差は 1% 程度であった。

以上の数値計算の結果より、本文で誘導した計算式は実用上十分な精度を持ち、多数のケーブル部材を有する複雑な平面構造に対して適用が可能であることが確かめられた。

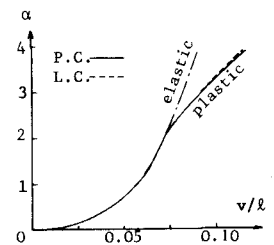


図-7 中央のケーブルの最大たわみ

1) 前田 幸雄・林 正・前田 研一: リブを考慮したケーブル部材の計算式, 土木学会論文報告集, No. 257, 1977.

2) 前田 幸雄・林 正・前田 研一: ケーブル部材を有する平面構造物の弾塑性解析, 昭和53年度土木学会関西支部年次学術講演会概要, I-69, 1978.