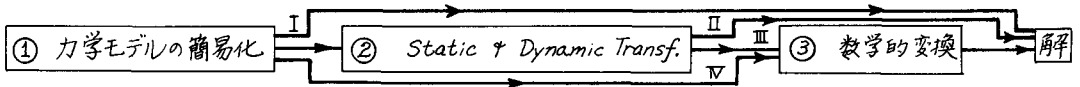


京都大学工学部 正員 ○渡辺 英一
京都大学工学部 正員 丹羽 義次

1. はじめに

離散化手法を用いる場合は幾何学的、材料的非線形問題の解析にあたり、それぞれ幾何学的非線形剛性行列要素と材料的非線形剛性行列要素の作成が必要であり、ともに *global* な剛性行列の合成とその逆行列の計算が多数回行われねばならない。そこで筆者らはつぎのような3段階の簡易化を提案している。



①はモデル要素の簡易化であり、これによって幾何学的非線形行列要素の自由度の遡限²⁾や弾塑性解析における塑性域の広がり³⁾の離散化と簡略化に役立つ。

②は与えられた多自由度問題を消滅や繰返し演算によって小さな自由度の問題に直すものである^{4), 5)}

③はフリエラプラス変換などに対応するものであり、モーダルアナリシスは良い例である。

筆者らの提案するのは特に①, ③であり、ここでは Procedure の I, IV について述べてみる。ただし、非常に大きな問題の解析においては③の段階のための準備として②も必要となろう。①の段階に関しては筆者らは棒材や板材の解析において独自のモデル、SEM (Simplified Element Method) モデルを考えて来たが、これは棒モデルに関してはFDM (差分) と全く同一の結果を得ているし、板モデルに関しては、曲げに対して剛ではあるが捻り変形を許す要素と曲げ、捻りも同時に受けるバネの組み合わせを考え、FDM に結果的には類似した結果を得ている。なお、類似した手法として文献[6]のものがあるが、SEM とはかなり異っている。

問題の定式化は既に文献[1, 2, 3]に発表しているののでここでは再び式を書き下すことは割愛する。一口で *proc IV* を説明すればこうである。①の自由度で当該の固有値問題を解き(あるいは利用して)その際得られるモーダルマトリックス Φ を用い、③を行うというものである。以下、数値計算例を示してみる。

2. 等分布荷重を受ける正方形板の弾塑性曲げ³⁾

SEM モデルを用いた。モデルの支持条件は (i) 全辺単純支持 (SS & SS), (ii) 相対する2辺が単純、他の2辺が固定支持 (SS & CL) (iii) 全辺固定支持 (CL & CL) とした。Fig. 1 は正方形板の中央の点の弾性たわみを求めたものであり、SEM モデルの分割の影響をみたものである。厳密解としては Timoshenko の級数解を採用した。

つぎに、板はサンドウィッチ構造とみなして弾塑性解析を行ったが、単純支持板の自由振動モードを基に数学的低次元化をも行った。その結果このような簡単な場合は9以内の自由度で充分解析できることが判った。(数学的低次元化を行わない場合と比較して) さて Procedure IV で解析した i) SS & SS ii) SS & CL iii) CL & CL の正方形板の崩壊機構は Fig. 2 のように求められた。なお分割は 8×8 (D.O.F. = 49) であった。

つぎに、このようにして求めた崩壊荷重を Table 1 と Table 2

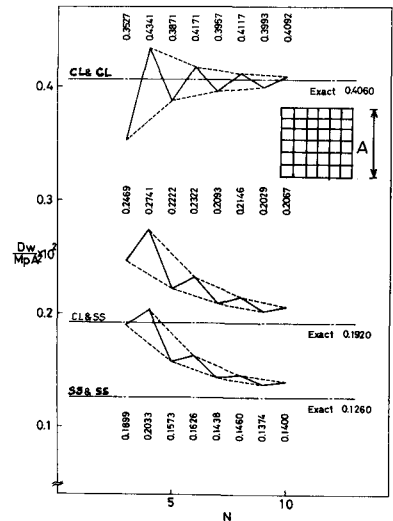


Fig. 1. Convergence of Central Defl.

に示す。ここに、バネに作用する曲げモーメントおよび捻りモーメント(等価な)をそれぞれ M と T で表わし、降伏条件は単に $M^2 + \beta T^2 = M_p^2$ としている。($\beta = 3, 4$) M_p はバネの塑性モーメントである。そして $M_p = m_p A$: m_p は単位長さ当りの塑性モーメント

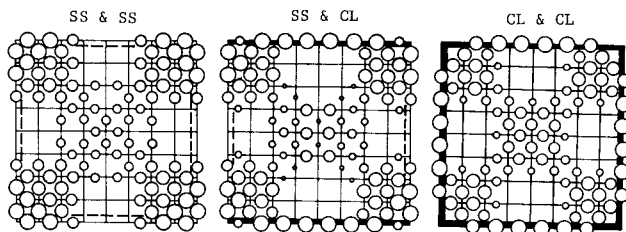


Fig. 2. Sequence of Plastification of Square Plates.

Table 1. Available Solution for Limit Load. Clamped Plate.

Author	Yield Criterion			
	Johansen	Tresca	von Mises	SEM & $M^2 + \beta T^2 = M_p^2$
Wolfensberger	1.558			
Sawczuk & Jaeger	2.000			
Ranaweera & Leckie	1.783	1.553-1.682	1.710-1.844	
Mansfield		1.596-1.708		
Koopman & Lance	1.833			
Jones				
Hodge & Belytschko			1.786-2.052	
Lopez & Ang			1.901	
Bhaumik & Hanley	1.746	1.56	1.740	
Armen			2.590	
Wegmuller			1.865-2.220	
Wood			1.804	
Present Analysis				
3 x 3				$\beta = 3$
4 x 4				$\beta = 4$
5 x 5				
6 x 6				
7 x 7				
8 x 8				
9 x 9				
10 x 10				

Table 2. Available Solution for Limit Load. Simply Supported Square Plate.

Author	Yield Criterion			
	Johansen	Tresca	von Mises	SEM & $M^2 + \beta T^2 = M_p^2$
Wolfensberger	0.945			
Sawczuk & Jaeger	1.000			
Ranaweera & Leckie		0.920-0.961	0.995-1.044	
Shull & Hu		0.826-1.000		
Koopman & Lance		0.964-1.000		
Hodge & Belytschko			1.036-1.106	
Prager	1.000			
Lopez & Ang			1.031	
Bhaumik & Hanley	1.041	0.922	1.000	
Armen			1.137	
Wegmuller			0.982	
Present Analysis				
3 x 3				$\beta = 3$
4 x 4				$\beta = 4$
5 x 5				
6 x 6				
7 x 7				
8 x 8				
9 x 9				
10 x 10				

3. 圧縮を受ける正方形板の後座屈挙動解析²⁾

**

Fig. 3 に示されたような支持条件下の正方形板を解析した。この解析はとりえず Procedure I によった。なお、棒部材の $Elastica$ についての Procedure IV による解析に関しては文献[2]で報告されている。^{*} この Fig. 3 は、荷重辺が直線を保ちつつ、互いに平行に近づく正方形板の後座屈挙動である $u/U_{cr} - w/h$ 関係を示している。点線は Mansfield の振動第一解を与えるものである。⁷⁾ この計算では SEM の使用により高次の非線形行列の計算が著しく軽減され、時間的にも容量的にも効果的であった。(FEMによる解析と比較して)

その他の例については発表当日に詳述する予定である。より複雑な問題においては各種の省力化、すなわち Procedure III が必要だ³⁾。

4. 文献

- 1) 丹羽・渡辺: 弾塑性・有限変位解析におけるサブスペース法への応用について、昭52年土木学会第32回年講 I-95, 1977.
- 2) 立石・丹羽・渡辺: 幾何学的非線形問題における低次元化について、昭53年土木学会関西支部年講 I-14, 1978.
- 3) 景山・丹羽・渡辺: 材料の非線形問題における低次元化手法、昭53年土木学会関西支部年講 I-15, 1978.
- 4) 松石正克: 座屈に対する補強材の効果に関する研究、日本造船学会秋期講演会, 1972.
- 5) Kuhar, E.J. & C.V. Stahle: Dynamic Transformation Method for Modal Synthesis, AIAA Journal, Vol. 12, No. 5, 1974.
- 6) Kawai, T: New Element Models in Discrete Structural Analysis, Proc. Naval Arch. & Shipbuilding in Japan, Vol 141, 1977.
- 7) Mansfield, E.h.: The bending and stretching of plates, Pergamon Press, 1964.

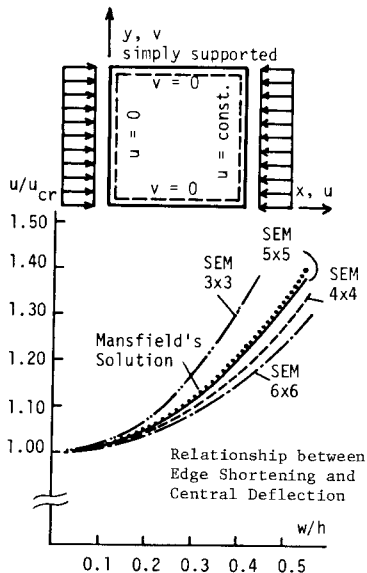


Fig. 3. Postbuckling of Square Plates.

* 例えば、中心圧縮柱の後座屈解析では SEM 8 分割 (D.O.F.=7) で $u/U_{cr} - w/h$ 関係は厳密 (error < 1%)
 <D.O.F.=39> <D.O.F.=4> <D.O.F.=9> <D.O.F.=16> <D.O.F.=25>
 ** 座屈荷重の誤差は FEM(ACM) 4x4 で -5.9%, SEM 3x3 で -4.3%, SEM 4x4 で -2.9%, 同 5x5 (-2.1%), 6x6 (-1.6%)