I-30

静的不安定挙動の解析における線形化手法について

京都大学大学院　学生員　○福若　雅一
京都大学工学部　正会員　丹羽　義次
京都大学工学部　正会員　渡辺　英一

1. はじめに

構造物の不安定挙動は ポテンシャルエネルギーの立場から①飛移，屈服 ②安定対称座屈 ③不安定対称座屈 ④非対称座屈の4形式に分類される。この種の不安定現象に伴う問題を 繰返し反復法，増分法あるいは摂動法等の線形化手法を用いて解析すると，自由度が大であれば 多大な計算量と記憶容量を要し，問題によっては精度が非常に悪くなる。そこで図-1に示す様に，各々の不安定挙動に適した解析手法の適用による精度の向上，あるいは何らかの簡易化により自由度を減少させ計算量・記憶容量を減ずるとともに さらに適切な解析手法を適用することにより精度の向上を図ることが必要となる。 本研究では 解析手法としてNewton法，摂動法，増分法，自己修正型初期値法，本研究で独自に改良した自己修正型摂動法を用い，各々の不安定挙動について適切な解析手法を見い出すとともに，数学的な低次元化を施し 計算時間の短縮，記憶容量の縮少，さらに精度の向上を試みた。

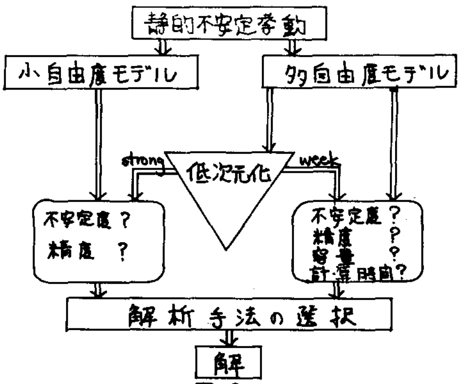


図-1

2. 1自由度モデルによる解析手法の検討

図-2に示された4形式の静的不安定挙動の特性をよく表現する1自由度モデルについて数値計算を行い解析手法の評価を行った。図-3は増分法による結果であり②の安定な問題では増分を小さくとれば充分に良好な結果が得られるが 非線形性の高いその他の問題では相当の誤差を生じている。図-4は摂動法による結果で全般的に増分法よりは良い結果が得られているが，誤差はステップが進む程増加している。図-5は1ステップごとに拡大係数を用いて修正してゆくようにした自己修正型初期値法（増分はオイラーの前進差分を用いているので $Z\Delta q=1$ の場合は自己修正型増分法あるいは修正Newton法と一致する）による結果であり，同じ増分でも増分法，摂動法に較べて非常に良好な解が得られており，非線形性の高い問題では特にその差は著しい。図-6は従来の摂動法に拡大係数を取り入れ 1ステップごとに解を修正してゆくようにした自己修正型摂動法(Self-correcting Perturbation Method S.P.M.)による結果である。従来の摂動法のステップの増加につれて誤差が増加してゆく欠点をうまく補っているといえる。1自由度モデルでは 多自由度モデルの解析と比較して多大な計算量等，種々の誤差を増加させる要因を含んでいないにもかかわらず，①③④の様に非線形性の高い問題では，何ら修正を加えない手法では誤差が大きいので，静的不安定挙動を多自由度モデルで解析しようとすれば，自己修正型初期値法，あるいはS.P.M.の様に 誤差に対して何らかの修正を加えてゆく手法を用いなければならないと考えられる。

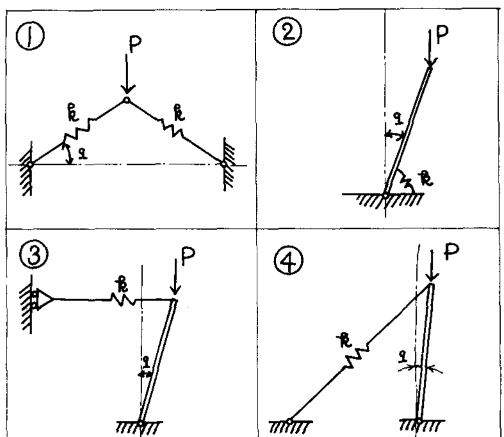
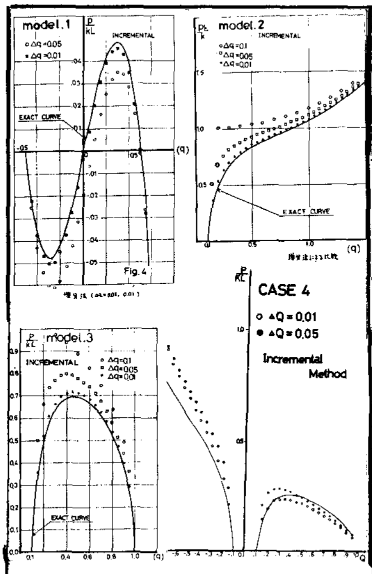
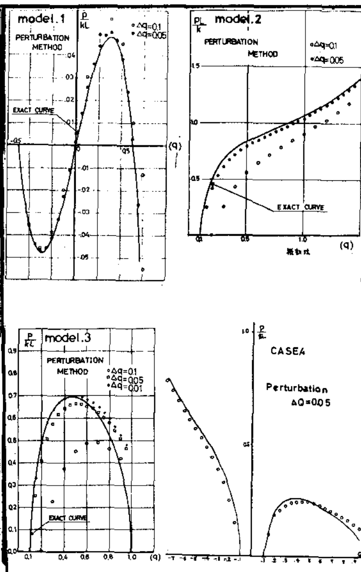


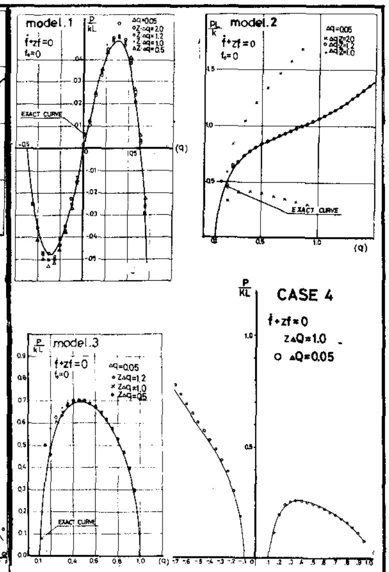
図-2　1自由度モデル



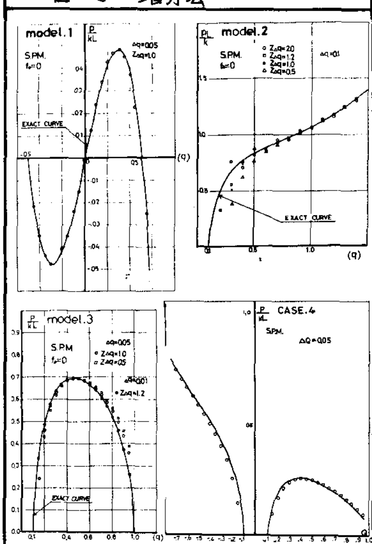
図−3　増分法



図−4　摂動法



図−5 自己修正型初期値法



図−6 自己修正型 摂動法

3. 多自由度モデルによる解析手法の検討

1自由度モデルの解析により得られた結果を基にして 多自由度モデルにより解析手法の検討を行った。全体座標系での釣合方程式を 荷重増分と変位増分で表わすと，面内変位を u，面外変位を w として，次式のようになる

$$\begin{Bmatrix} dP \\ dQ \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} du \\ dw \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} f_u \\ f_w \end{Bmatrix}$$

$\{dP\}$ 面内一般化力増分　$\begin{Bmatrix} f_u \\ f_w \end{Bmatrix}$ 現ステップでの不釣合力

$\{dQ\}$ 面外一般化力増分

これより面内変位を消去し，面外変位で表わすと 自由度は面外変位の自由度に減少する。すなわち，

$$\{dQ - K_{21}K_{11}^{-1}dP\} = [K_{22} - K_{21}K_{11}^{-1}K_{12}]\{dw\} + \{f_w - K_{21}K_{11}^{-1}f_u\}$$

さらに 変換マトリックス[Φ]を用いて，$\{dw\}=[\Phi]\{dv\}$ の変換により 自由度は大幅に減少される。

問題となるのは 変換マトリックス[Φ]の取り方であるが，安定対称座屈モデルである梁の軸圧縮問題では，座屈に関する 1，3，5次の固有モードから得られるモーダルマトリックスを用いることにより有効な結果が得られている[2)]。 この様に 低次元化を行った空間での解析手法の評価，すなわち 多自由度との計算時間，精度の比較等は当日とりまとめて発表する。

4. 参考文献

1) 丹羽・渡辺・福若　非線形構造解析における線形化手法に関する基礎的研究　第32回学術講演会　I-93 1977
2) 丹羽・渡辺・和泉　構造解析における線形化手法について　関西支部年次学術講演会　I-13 1978