I-7　任意の角度における隅角部の応力の強さと応力集中係数との関係

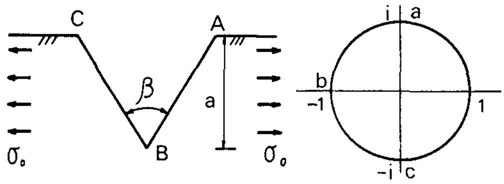
名高速道路公社　正員　○飯田宇朗
名古屋工業大学　正員　長谷部宣男

まえがき

一般に，隅角部付近の応力分布は次式

$$\sigma = \sum_{j=1}^{\infty} a_j \cdot r^{m_j} \quad \text{—— (1)}$$

のように表わされる。rは隅角部先端からの距離である。特に隅角部角度（領域側）が180°より大きい場合，式−(1)の第1項の指数m_1の値は絶対値が1より小さく負の値であるため$r \to 0$の時，無限に大きな応力値となる特異性をもっている。



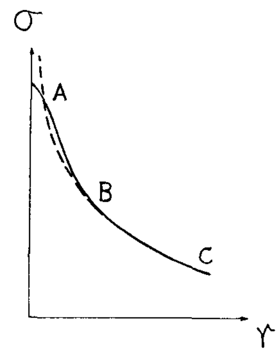
図−1　解析領域と単位円

クラックはこの特別の場合と考えられ，式−(1)の第1項の係数が材料の破壊やクラックの進展等で用いられている応力拡大係数である。

ここでは，任意の鋭い隅角部角度における式−(1)の第1項の係数と，隅角部に丸みを有する場合の応力集中式の係数との関係について考察するものである。

式−(1)の第1項の係数は，クラックにおける応力拡大係数に対応するものと考えられ，切り欠きの強さを表わす1つのパラメーターとして用いられ得る。

上述の事項を考察するために，図−1のような一様引張りを受ける縁に三角形切り欠きを有する半無限板を用い，切り欠きの角度を変化させて解析した。

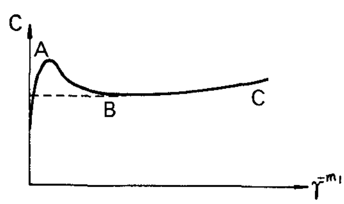


図−2　丸みを有する隅角部近傍応力分布概略図

解析方法

応力解析は，複素応力関数を用い，物理領域を単位円に写像して行った。特にこの写像関数が有理関数の時は閉じた解が得られる。応力解析の方法については省略する。

クラックにおける式−(1)の第1項の係数，即ち応力拡大係数は，第1項の指数m_1の値が−0.5であるため，応力関数が求まれば，極限操作によって解析的に求めることができる。しかし任意の角度においては第1項の指数m_1の値が無理数であるため，解析的に求めるのは難しいようである。従って以下の方法で式−(1)の第1項の係数を求める。



図−3　$C-r^{-m_1}$の関係の概略図

式−(1)をr^{m_1}で除した次式

$$\sigma \cdot r^{-m_1} = a_1 + a_2 \cdot r^{m_2-m_1} + a_3 \cdot r^{m_3-m_1} + \cdots \equiv C \quad \text{—— (2)}$$

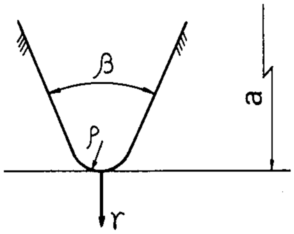
を考える。

前述の有理写像関数を用いて得られた応力値σを用いて，式−(2)の関係を示す。

縦軸にC値を，横軸にr^{-m_1}をとって図示すると各角度に対して図−3の実線のような図が得られる。しかし，有理写像関数を用いたため図−1のB点において完全な角点ではなく，図−4に示すように若干の丸みがついてくる。この結果，切り欠き底での応力値が無限大とならず有限値となる。

切り欠き底付近の応力分布の概形を示すと図－２の実線のようになる。図－２のＡＢＣ部分が図－３のＡＢＣ部分に対応する。これに対し図－１のＢ点が完全な角点の場合の応力分布は図－２の破線のようになる。

この破線で表わされる応力値を用いて式－(2)の関係を示すと図－３の破線のようになると考えられる。というのも式－(2)においてrが十分に小さければ第１項の定数a_1だけが考えられることになり，Ｃ値がほぼ定数と見なせるからである。



図－4 切り欠き底近傍略図

従って求めたいa_1値は図－３のＢＣ部分を延長して$r^{-m_1}=0$，つまりＣ軸上の値である。

図－３のＢＣ部分の適当なrとＣ値を使い，式－(2)の右辺，第２項及び第３項までとって，各々２元及び３元の連立一次方程式を解いてa_1値を求めた。

今，このa_1値を

$$k_r = \sqrt{2}\cdot a_1 \quad \text{—— (3)}$$

とおく。

三角形切り欠きの角度βの$0^\circ \sim 90^\circ$に対するこのk_r値を図－５に示す。

次に，切り欠き底に丸みのある場合，切り欠き底の応力値は，その曲率半径を用いて

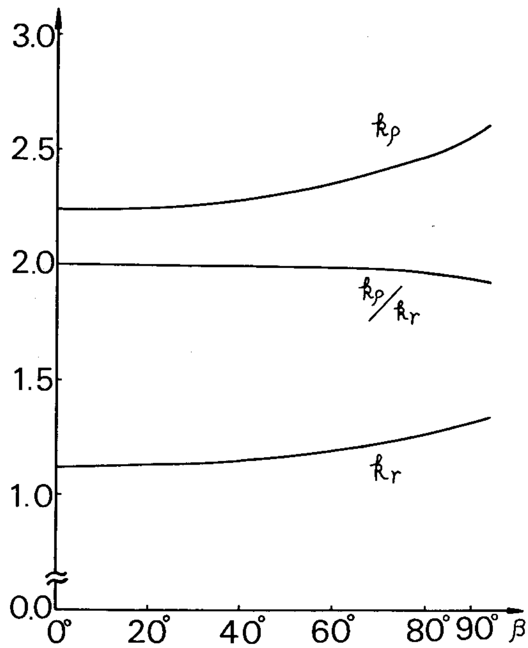
$$\sigma = \sum_{j=1}^{\infty} b_j \cdot \rho^{m_j} \quad \text{—— (4)}$$

と表わされる。

指数m_jの値は式－(1)のm_jの値と同じである。

式－(4)より

$$\left.\begin{aligned}\sigma &= b_1 \cdot \rho^{m_1}\\ \sigma &= b_1 \cdot \rho^{m_1} + b_2\end{aligned}\right\} \quad \text{—— (5)}$$



図－5

を考え，応力解析より求めた応力値σと，有理写像関数の表わす曲率半径ρの値を用いて式－(5)のb_1値を求めた。このb_1値をk_ρ値とおく。以上より求めたk_ρ値とk_r値の比k_ρ/k_rを求め，この比の値を図－５に示す。

<u>あとがき</u>

k_ρ値とk_r値との比k_ρ/k_rは，$\beta=0$つまりクラックの場合は周知の値2.0になる。この値は応力集中係数から応力拡大係数を求めるのに用いられている。

この比の値は，任意の形状に対して成り立つと考えられる。従って任意の角度に対して応力集中の式（いくつかの曲率半径に対する応力集中係数の値がわかれば式－(4)から応力集中係数の式は作れる。）がわかればk_r値は，

$$k_r = \lim_{\rho\to 0}\left[\frac{k_r}{k_\rho}\right]\cdot\sigma\cdot\rho^{-m_1} \quad \text{—— (6)}$$

より計算される。逆にk_r値がわかれば，応力集中係数式の第１項の係数k_ρは決まり，第２項以下の係数を決めることによって応力集中係数の式を決めることができる。