

日大理工学部 正員 色部 誠
 “ “ “ 経 理 享一

1. 予えがき. 元来, モルタルやコンクリートは非弾塑性材料であって, 明確な降伏点をもたない. したがって, これらの材料の弾性限界に対する定義があいまいであって, 研究者によってまちまちである. 本報告はモルタル厚板の押し板による弾塑性解析も有限要素法によって行なった研究の一部であって, コントは, 解析に当って基本となる材料の破壊曲面および降伏曲面の定義を示す. 即ち, 計算結果および実験との比較については講演会の際に発表する.

2. 破壊曲面と降伏曲面. Nadai の破壊説では降伏曲面は次式で定義される.

$$F(\sigma_0, \tau_0) = k \quad (1)$$

ここで, σ_0 は静水圧力であり, τ_0 は八面体せん断力である. これらは, I_1, I_2 を応力の一次不偏量, 二次不偏量とすれば,

$$\sigma_0 = \frac{1}{3} I_1, \quad \tau_0^2 = \frac{1}{9} (2I_1^2 - 3I_2) \quad (2)$$

である. 式 (1) のもっとも単純な形は

$$a\sigma_0 + b\tau_0 = k \quad (3)$$

である. これは主応力空間内の π 平面に適用した Mohr-Coulomb の式ということができる. 式 (3) の曲面は, Fig-1 に示す静水圧軸と回転軸とする椎面となるが, モルタルやコンクリートの破壊曲面と偏差平面との交りは正三角形に近い凸曲線となすという結論が多くの実験から導かれている. J. H. Argymid¹⁾ らは, この結論をある程度満足するものとして, コンクリートの破壊曲面に

$$a\sigma_0 + (b - c \cos 3\theta) \tau_0 = k \quad (4)$$

を提案している. ここで, θ は偏差平面上の応力成分で, θ の方向とある角度で, 0 から $3\pi/2$ のあいだの値をもつ. 一例を Fig-2 に示す. 式 (4) は, I_3 を応力の三次不偏量とすれば, $\cos 3\theta$ が式 (5) で与えられるので, 破壊曲面としてすべての応力不偏量を含む一般的表示の一つである.

$$\cos 3\theta = \sqrt{2} \frac{I_3 - I_2 \sigma_0 + 2\sigma_0^3}{\tau_0^3} \quad (5)$$

しかしながら, 式 (4) では, 3 つの実験点によってパラメータ a, b, c の決定が可能であるので, 実験結果に対し, 平面的な近似が得られるにすぎない. この欠点, はつぎの多パラメータ式によれば除かれる.

$$a\sigma_0 + \left\{ b + \sum_n (c_n \cos 3n\theta + d_n \sin 3n\theta) \right\} \tau_0 = k \quad (6)$$

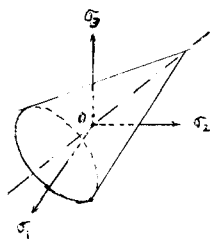


Fig-1

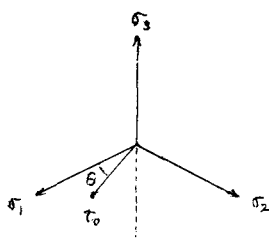


Fig-2

即ち, 丹羽・小林²⁾; 高田・秋本³⁾, 川本⁴⁾が行なったモルタルの破壊実験では, 破壊曲面は式 (6) のように σ_0, τ_0 に関する一次式ではあらずに得た結果が得られている. しかしながら, 式 (6) を弾塑性解析上の基準とするならば, 式 (6) のパラメータ決定の際の実験点と主応力空間内原点より充分離れた点に求めれば, 危険側の解釈は回避できるのであろう.

以上のようにして、 $\sigma_1 \leq 0, \sigma_2 \leq 0, \sigma_3 \leq 0$ の圧縮領域での破壊曲面を得ることが出来る。また、そのための実験例は数多いが、引張応力を含む応力領域での破壊実験の例が少く、破壊曲面の全形状を得るには、今後の研究に待つところである。一つの参考例として、二軸応力状態ではあるが、コンクリートについて行なった H. B. Kupfer⁴ の実験がある。それによれば、 $\sigma_1 > 0, \sigma_2 = 0, \sigma_3 < 0$ のとき、一軸圧縮強度 σ_c が与えられれば、一軸引張強度 σ_{te} に対して破壊曲線は楕円 $(\sigma_1/\sigma_{te})^2 + (\sigma_3/\sigma_c)^2 = 1$ に近く、 σ_c が大きくなるにしたがい $\sigma_1/\sigma_{te} + \sigma_3/\sigma_c = 1$ の直線に近づく。また、 $\sigma_1 > 0, \sigma_2 > 0, \sigma_3 = 0$ のときには、破壊曲線は σ_c に関係なく直線 $\sigma_1 = \sigma_2$ によって充分近似される。

モルタルについても、引張応力を含む応力領域では、ほぼこれに近いものであろう。そこで、等方引張のときの破壊応力 $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_{te}$ としても決して不自然ではない。よって、引張領域の破壊曲面を $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_{te}$ を頂点とする椎面とし、その母線は圧縮領域の破壊曲面と座標面 $\sigma_1 = 0, \sigma_2 = 0, \sigma_3 = 0$ との交りを通る直線とすれば、必ずしも非現実的ではない。

丹羽、小林のモルタル実験の結果を参考にし、Table-1 に示す破壊時の応力からパラメータ a, b, c_1, d_1, d_2 を定め、得られる破壊曲面の一、二の断面を示せば、Fig-3, 4, 5 のとおりである。

応力状態	σ_1	σ_2	σ_3
一軸圧縮	0	0	σ_c
二軸圧縮	0	$1.14\sigma_c$	$1.14\sigma_c$
"	0	$0.75\sigma_c$	$1.21\sigma_c$
"	0	$0.5\sigma_c$	$1.18\sigma_c$
三軸圧縮	$0.33\sigma_c$	$2.22\sigma_c$	$2.22\sigma_c$

Table-1

モルタルの降伏は、コンクリートに對し多く採用されている仮定と同様、 $\sigma_3 < \sigma_2 < \sigma_1 \leq 0$ の応力領域にのみ起るものとし、降伏曲面は破壊曲面に相似であるとす。相似比を α とすれば、降伏曲面は次式によって与えられる。

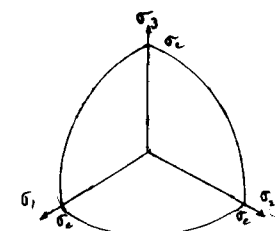


Fig-3 偏歪平面との交り

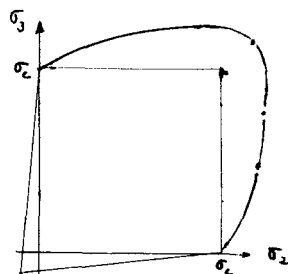


Fig-4 $\sigma_1 = 0$ 面との交り

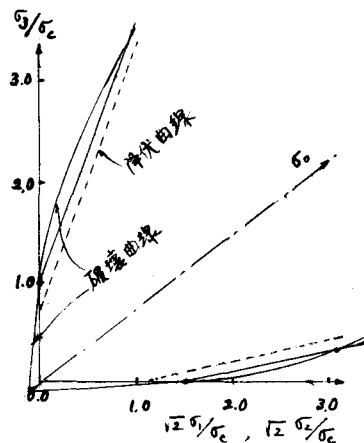


Fig-5 Rendulic 断面

$$f(\sigma_0, \tau_0, \theta) = a\sigma_0 + \left\{ b + \sum_n (c_n \cos 3n\theta + d_n \sin 3n\theta) \right\} \tau_0 = \alpha\sigma_c \quad (7)$$

Fig-5 にその断面を示す。

3. 解析上の主要な仮定。 ① 先に割れを考慮したモルタルの弾塑性解析も行おうに際し、設ける主要な仮定は以下のとおりである。(i) 一軸圧縮試験によって得られる応力-ひずみ曲線を $\alpha\sigma_c$ の点に折点を有する bilinear に仮定する。モルタルの弾塑性挙動は二の折線に近似するものとする。(ii) 降伏によって主応力軸と θ の傾きとを一定方向のせん断応力の伝達は弱まり、応力伝達のうへで異方向性を生ずるものとする。(iii) せん断破壊による応力 σ_1 は解放され、以後その方向への引張応力の伝達はあり得ないものとする。

1. Argyris, J. H. et al; Nucl. Engng and Design 28 (1974).

2. Niwa, Y., Kobayashi, S; Memoirs Fac. Engng, Kyoto Univ. XXIX.

3. 富田和政, 秋本昌胤, 川本隆万; 土木学会論文報告集 175, (1970).

4. Kupfer, H. et al; ASCE 99, EM4, 1973